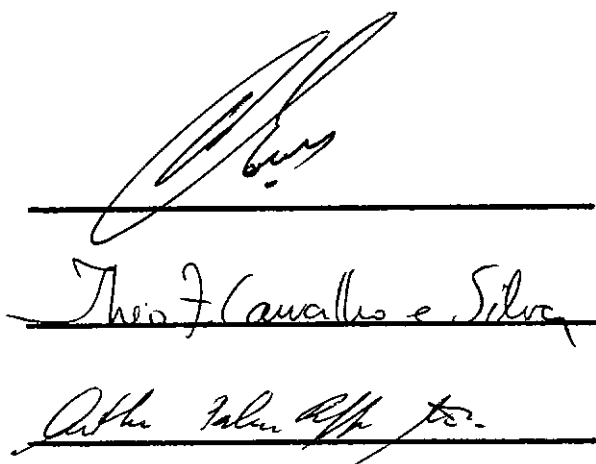


PREVISÃO DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO DE ESTRUTURAS
DE MÁQUINAS OPERATRIZES

JOSÉ OSCAR BARRETO SERRA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRA-
MAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS -
PARA OBTENÇÃO DO GRÁU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M. Sc.)

APROVADA POR:



The first signature is a stylized, cursive mark. The second signature is 'Ther. J. Cavallero e Silva'. The third signature is 'Alber. Palau Aff. Jr.'.

RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL
DEZEMBRO DE 1972

À meus pais
À minha esposa

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Michael Evans, pela eficiente e precisa orientação recebida.

Ao Prof. Arthur Palmeira Ripper Neto pelo apoio e valiosas críticas.

Ao Prof. Théo Furtado de Carvalho e Silva pelo incentivo e atenção.

Aos meus professores da COPPE, na pessoa do Prof. Alberto Luiz Coimbra, pelos ensinamentos recebidos.

Ao Centro de Processamento de Dados da Uni - versidade de Brasília, na pessoa de seu Diretor, Prof. Márcio Santos, pelo assessoramento na utilização do computador digital.

S I N Ó P S E

É formulado o método das flexibilidades, com uma aplicação imediata à análise estática e dinâmica de estruturas de máquinas operatrizes.

É apresentado também um programa para computador, capaz de prever as deformações estáticas, as frequências e os modos naturais de vibração de tais estruturas, a partir de seus desenhos de projeto.

S Y N O P S I S

The flexibility method is formulated with -
an immediate application to the static and dynamic analysis
of machine tool structures.

There is also presented a computer program -
for predicting from design drawings the static deformations
and the natural frequencies and modes of vibration of such
structures.

Í N D I C E

Cap. I - Introdução	1
Cap. II - Revisão da literatura	3
Cap. III - Fundamentos teóricos do método das forças aplicado à análise de estruturas	7
3.1.- Generalidades	7
3.2.- O modelo físico	7
3.3.- Análise estática	9
3.4.- Análise dinâmica	12
3.5.- Matriz de flexibilidade	13
3.6.- Matriz de inércias	14
3.7.- Transformação de sistemas de coordenadas	15
Cap. IV - Programa para computador	17
4.1.- Descrição do programa	17
4.2.- Simbologia adotada no programa	19
4.3.- Diagrama de blocos	20
4.4.- Verificação do programa	20
4.5.- observações sobre a utilização do programa	22
4.6.- Custos e tempo de operação	23
Cap. V - Análise estática e dinâmica de uma estrutura- ra-teste	25
5.1.- Generalidades	25
5.2.- Análise experimental da estrutura	25
5.2.1. - o modelo experimental	25
5.2.2. - o equipamento utilizado nas experiên- cias	25
5.2.3. - Montagem da experiência	26

5.3.-	Análise da estrutura através do método das forças, com solução dada pelo programa para computador	28
5.3.1.-	Localização dos nós	28
5.3.2.-	Sistema de coordenadas	28
5.3.3.-	Matriz de flexibilidades	29
5.3.4.-	Matriz de inércias	31
5.3.5.-	Matriz de conexão	31
5.4.-	Resultados analíticos e experimentais	32
5.4.1.-	Análise dinâmica	32
5.4.2.-	Análise estática	34
5.5.-	Discussão	37
Cap. VI -	Análise estática e dinâmica de uma estrutura de máquina operatriz	38
6.1.-	Generalidades	38
6.2.-	Localização dos nós	40
6.3.-	Sistemas de coordenadas	40
6.4.-	Características geométricas dos elementos elásticos	42
6.5.-	Flexibilidades individuais	46
6.6.-	Matriz de flexibilidades	47
6.7.-	Matriz de inércias	47
6.8.-	Matrizes de conexão	48
6.9.-	Resultados obtidos e sua discussão	49
6.9.1.-	Análise estática	49
6.9.2.-	Análise dinâmica	51
6.10.-	Observações finais	53
Cap. VII -	Conclusões	54

	viii
SIMBOLOGIA	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57
APÊNDICE 1	60
APÊNDICE 2	82

C A P I T U L O I

INTRODUÇÃO

O desempenho das máquinas operatrizes é determinado por sua capacidade em produzir componentes dentro das tolerâncias especificadas nos projetos, no mínimo tempo e a baixos custos de operação. Estas exigências estão diretamente relacionadas ao comportamento estático e dinâmico das estruturas destas máquinas, quando submetidas aos esforços e condições de trabalho.

Até 1964, o único método disponível para se prever as características estáticas e dinâmicas de estruturas de máquinas operatrizes, envolvia a preparação de um modelo da estrutura, usualmente de algum material plástico, o qual era então submetido a testes. Este método, ainda hoje largamente utilizado, vem sendo gradativamente substituído por métodos matriciais de análise estrutural, desenvolvidos para uso em modernos computadores digitais, e universalmente aceitos, os quais fornecem um meio para análise rápida e precisa de estruturas complexas tanto sob condições de carga estática como dinâmica.

Atualmente, em projetos estruturais, a estrutura é projetada inicialmente com base em experiências anteriores com tipos semelhantes, e com a utilização de alguns cálculos analíticos simples. A estrutura é então analisada em detalhes por métodos numéricos, sendo subsequentemente modificada pelo projetista após o exame dos resultados. A estrutura modificada é então re-analisada, os resultados são

examinados, e novas modificações são introduzidas, repetindo-se o processo até que seja obtido um projeto estrutural-satisfatório.

No campo das máquinas operatrizes, embora - ainda hajam poucas informações disponíveis que permitam assegurar a real eficiência dos métodos utilizados, resultados recentes levam a acreditar em sua aplicabilidade.

Isto motivou a realização deste trabalho, no qual é estabelecida uma sistemática de análise de estruturas hiperestáticas de máquinas operatrizes, através de métodos numéricos, e uso do computador digital. O programa para o computador foi testado com uma estrutura de barras simples e aplicado ao estudo do comportamento estático e dinâmico - de um torno marca ROMI - RN400, de fabricação nacional.

C A P I T U L O I I

REVISÃO DA LITERATURA

Os métodos de análise estrutural podem ser divididos em dois grupos: métodos analíticos e métodos numéricos. As limitações impostas pelos métodos analíticos são bem conhecidas; somente em casos especiais são possíveis soluções exatas; soluções aproximadas podem ser determinadas para algumas configurações estruturais simples, mas, em geral, para estruturas complexas métodos analíticos não podem ser usados, e métodos numéricos devem ser invariavelmente empregados.

Os métodos numéricos de análise estrutural podem ser subdivididos em dois grupos ^{(1), (2), (3)},

(1) soluções numéricas de equações diferenciais para deslocamentos e tensões, e

(2) métodos matriciais baseados na idealização de elementos discretos.

No primeiro caso, as equações da elasticidade são resolvidas, para uma configuração estrutural particular, ou pela técnica das diferenças finitas ou por integração numérica direta.

No segundo caso a teoria estrutural completa é desenvolvida, desde o início, em algebra matricial. A estrutura é inicialmente idealizada como um conjunto de elementos estruturais discretos, com uma forma assumida para os deslocamentos ou distribuição de tensões. A solução completa é então obtida pela combinação destes deslocamentos individuais, ou distribuição de tensões, de uma maneira que

satisfaça as compatibilidades de equilíbrio de força e deslocamentos nas junções destes elementos. Métodos baseados - nesta formulação surgem como adequados para a análise de estruturas complexas. Além disso a formulação da análise em - forma matricial é idealmente adequada para a solução subse- quente em um computador digital, permitindo também uma com- pilação fácil e sistemática das informações requeridas.

Dois métodos complementares de formulação ma- tricial, aplicáveis a qualquer problema estrutural, são;

- (a) o método dos deslocamentos^{(4), (5)} (método da rigidez) onde os deslocamentos são escolhidos como incógnitas, e
- (b) o método das forças⁽⁶⁾ (método das flexibilidades) - onde as forças são as incógnitas.

Em ambos estes métodos a análise pode ser - interpretada como uma combinação sistemática de elementos- estruturais individualizados, pertencentes a uma estrutura em que se acoplam, satisfazendo à condições de equilíbrio- e compatibilidade.

No projeto de estruturas de máquinas opera- trizes encontra-se o trabalho de KOENIGSBERGER⁽⁷⁾, onde, a partir de um desenho prévio da estrutura, do peso das par- tes móveis da máquina, e da força de corte, o autor calcu- la, por métodos analíticos, as deformações estáticas da estrutura, sendo a análise dinâmica feita através da conside- ração e comparação de detalhes de construções anteriormen- te bem sucedidas.

MALTBAECK⁽⁸⁾, utilizando a teoria classica- de barras e investigando particularmente uma furadeira ra-

dial, determinou as frequências e modos naturais de sua estrutura. A comparação dos resultados determinados teoricamente, com aqueles obtidos experimentalmente sobre um modelo em plástico da máquina, mostrou grande aproximação nas baixas frequências.

Somente depois que TAYLOR e TOBIAS⁽⁹⁾ apresentaram os resultados da análise, por um computador digital, de dois tipos de máquinas operatrizes (furadeira radial e torno), é que se tornou evidente que certas formas de estruturas de máquinas podiam ser satisfatoriamente analisadas por métodos numéricos. Evidências posteriores do auxílio do computador em projetos foram ainda apresentadas por TAYLOR⁽¹⁰⁾,⁽¹¹⁾, em trabalhos seguintes, enquanto CUPPAN e LECKIE⁽¹²⁾ utilizavam o computador analógico para a simulação de estruturas de máquinas.

A superioridade dos métodos numéricos de análise, no que diz respeito à rapidez de execução e facilidade de alterações em projetos de estrutura, foi evidenciada por COWLEY e FAWCET⁽¹³⁾ que analisaram dez modificações de um projeto inicial de uma frezadora paralela com três cabeçotes, e por TAYLOR⁽¹⁴⁾ que analisou doze modificações feitas sobre um projeto de uma plaina de mesa com dois cabeçotes verticais.

Passando da análise apenas estrutural para a análise também dos elementos constituintes das máquinas operatrizes, OPITZ e DOPPER⁽¹⁵⁾ elaboraram uma série de programas para computador digital, aplicáveis em projetos de tais máquinas.

Uma nova técnica na análise de estruturas de máquinas foi introduzida por STEPHEN e TAYLOR⁽¹⁶⁾, o método dos deslocamentos na forma da técnica dos elementos finitos permitindo que estruturas de placas e barras, tais como caixas nervuradas, sejam analisadas sem a necessidade de redução à barras equivalentes.

CUPPAN e OLIG⁽¹⁷⁾, utilizando o computador digital, elaboraram a automatização de testes estáticos de estruturas de máquinas operatrizes, aplicáveis em linhas de produção.

C A P I T U L O I I I

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO MÉTODO DAS FORÇAS APLICADO A ANÁLISE DE ES- TRUTURAS

3. 1. Generalidades

Ao se analisar uma estrutura de máquina operatriz, dois pontos são importantes; a determinação das deformações da estrutura sob a ação de forças estáticas, e aquelas devidas às cargas dinâmicas.

As forças de natureza estática resultam das componentes estáticas da força de corte, do peso próprio das diversas partes da máquina e de tensões térmicas.

As forças de natureza dinâmica incluem as forças originárias da variação das condições de corte devido a vibração da ferramenta, as forças de inércia distribuídas ao longo de toda a estrutura, causadas por sua aceleração durante a vibração, e as forças de amortecimento.

No capítulo que segue, o Método das Forças será aplicado no desenvolvimento de um programa para análise estática e dinâmica de estruturas de máquinas através do computador digital, considerando-se apenas as forças estáticas de natureza externa, e as forças dinâmicas devidas às massas inerciais da estrutura, sendo contudo a formulação da solução apta a incorporar também as demais.

3. 2- O modelo físico

O método de análise é baseado na aproximação da estrutura através de um modelo constituído por elementos

elásticos sem peso, interligados através de massas concentradas, as quais definem as posições dos nós. As equações que descrevem o comportamento estático e dinâmico de estruturas de tal tipo podem ser resolvidas com facilidade quando se adota uma formulação matricial para o problema, e se utiliza em sua solução computadores digitais, pois o caráter sistemático dos métodos matriciais permite que se opere através de rotinas sucessivas.

O ponto mais importante neste método consiste então em transformar a estrutura real em um modelo que melhor a represente, devendo-se, para assim fazer, considerar o seguinte:

(1) a estrutura deve, em primeiro lugar, ser substituída por um diagrama linear, desenhado através de seus eixos e lásticos principais;

(2) uma vez que tal método de análise dará como resultado os deslocamentos dos nós, os pontos onde se faz a concentração de massas devem ser fixados em posições de interesse e em número suficiente para que se obtenham resultados que apresentem satisfatoriedade;

(3) a fim de possibilitar a introdução de amortecimentos determinados por juntas, sempre que elas aparecerem, nós deverão ser colocados em ambos os seus lados.

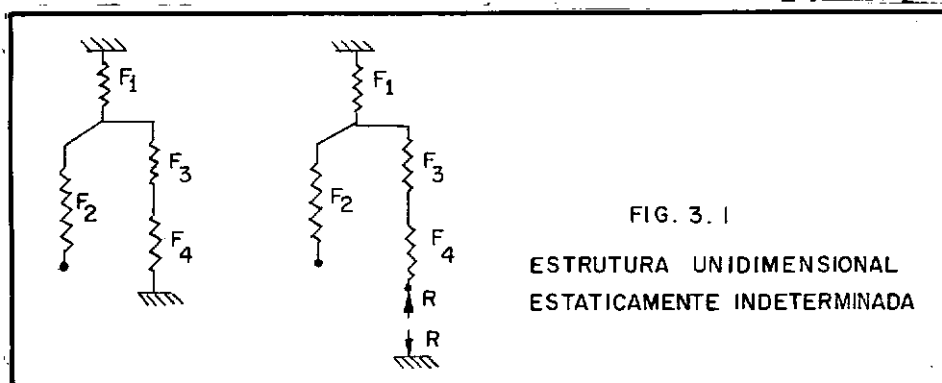
(4) o número de nós adotados deve ser suficiente para representar razoavelmente a distribuição de massas da estrutura, quando da análise dinâmica;

(5) sob o ponto de vista de computação, o número máximo de nós deverá ser compatível com os itens anteriores e com

a capacidade de memória e tempo de operação do computador - disponível para utilização na solução matemática.

3. 3. Análise Estática

Ao se proceder à análise estática de uma estrutura de máquina operatriz, deve-se fazer distinção entre estruturas estaticamente determinadas e estruturas estaticamente indeterminadas. Tendo em vista a aplicação feita nos capítulos que se seguem, correspondente à estrutura de um torno (estaticamente indeterminada), considere-se, para finalidade de exposição do procedimento, a estrutura unidimensional mostrada na figura 3.1.



Impondo-se uma força R atuando sobre a estrutura, e uma força igual e oposta atuando no suporte, e tendo em mente que as condições de compatibilidade de deslocamento e equilíbrio devem ser satisfeitas, ter-se-á :

$$\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{Bmatrix}$$

ou

$$\{d\} = [F] \cdot \{p\} \quad (3.1)$$

onde os vetores coluna $\{d\}$ e $\{p\}$ são os deslocamentos e forças internos, representando respectivamente os deslocamentos e as forças em uma extremidade de cada um dos elementos elásticos, enquanto a outra extremidade permanece fixa; a matriz quadrada $[F]$ representa as flexibilidades individuais de cada elemento da estrutura.

As condições de compatibilidade de equilíbrio serão dadas por :

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ R \end{Bmatrix}$$

ou

$$\{p\} = [C1] \{P\} + [C2] \{R\} \quad (3.2)$$

onde os vetores coluna $\{P\}$ e $\{R\}$ representam as forças externas atuantes em cada nó da estrutura, e as matrizes $[C1]$ e $[C2]$ são denominadas matrizes de conexão.

As condições de compatibilidade de deslocamento serão representadas por,

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix}$$

ou por

$$\{D\} = [C1]^t \{d\} \quad (3.3)$$

$$e \quad \{o\} = [C2]^t \{d\} \quad (3.4)$$

onde o vetor $\{D\}$ representa os deslocamentos de cada nó.

Das equações (3.1), (3.2) e (3.3) tem-se:

$$\{D\} = [C1]^t [F] [C1] \{P\} + [C1]^t [F] [C2] \{R\} \quad (3.5)$$

e das equações (3.1), (3.2) e (3.4)

$$\{o\} = [C2]^t [F] [C1] \{P\} + [C2]^t [F] [C2] \{R\}$$

donde

$$\{R\} = -[C2^t \cdot F \cdot C2]^{-1} \cdot [C2^t \cdot F \cdot C1] \{P\} \quad (3.6)$$

estando portanto determinada a reação redundante.

Pela substituição de (3.6) em (3.5), tem-se:

$$\{D\} = \left[[C1^t \cdot F \cdot C1] - [C1^t \cdot F \cdot C2] [C2^t \cdot F \cdot C2]^{-1} [C2^t \cdot F \cdot C1] \right] \{P\}$$

ou fazendo:

$$[FA] = [C1^t \cdot F \cdot C1] \quad (3.7)$$

$$[FB] = [C1^t \cdot F \cdot C2] \quad (3.8)$$

$$[FC] = [C2^t \cdot F \cdot C2]^{-1} \quad (3.9)$$

e sendo a matriz $[F]$ simétrica:

$$\{D\} = \left[[FA] - [FB] [FC]^{-1} [FB]^t \right] \{P\}$$

ou

$$\{D\} = [FS] \{P\} \quad (3.10)$$

onde a matriz simétrica $[FS]$ é a matriz de flexibilidade global da estrutura.

3.4. Análise Dinâmica

Durante sua vibração harmônica livre a estrutura estará sujeita a ação das forças de inércia distribuídas ao seu longo. Uma vez que a estrutura foi idealizada como constituída por uma série de elementos elásticos interligando pontos de concentração de massa, as forças de inércia atuantes serão as forças correspondentes às acelerações destas massas concentradas.

Estas forças de inércia podem ser representadas por equações da forma:

$$P_1 \sin \omega t = -M_1 \ddot{x}_1$$

e sendo

$$x_1 = D_1 \sin \omega t$$

tem-se

$$P_1 \sin \omega t = M_1 D_1 \omega^2 \sin \omega t$$

onde $P_1 \sin \omega t$ é a força de inércia atuante no ponto 1

$D_1 \sin \omega t$ é o deslocamento do ponto 1

M_1 é a massa concentrada no ponto 1

Um sistema de equações deste tipo, correspondente aos n nós da estrutura, será representado, em forma matricial, por :

$$\{P\} = \omega^2 [M] \{D\} \quad (3.11)$$

Das equações (3.10) e (3.11) tem-se então :

$$\{D\} = \omega^2 [FS][M]\{D\} \quad (3.12)$$

equação que representa o clássico problema de auto-valores e auto-vetores. Cada auto-valor representará uma frequência natural, e cada auto-vetor, um modo natural de vibração.

3. 5. Matriz de flexibilidades

Uma estrutura espacial, como é o caso de estruturas de máquinas operatrizes, tem a flexibilidade de cada um de seus elementos definida pela relação entre as deflexões e rotações internas sofridas pelo elemento, e as respectivas forças e momentos internos atuantes, o que pode ser sintetizado, em notação matricial, por:

$$\begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{Bmatrix}_e = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 & 0 & 0 & f_8 \\ 0 & 0 & f_3 & 0 & f_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_7 & 0 & f_5 & 0 \\ 0 & f_8 & 0 & 0 & 0 & f_6 \end{bmatrix}_e \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{Bmatrix}_e$$

ou

$$\{d\}_e = [F]_e \{p\}_e \quad (3.13)$$

sendo os termos da matriz de flexibilidade do elemento, $[F]_e$, determinados pela aplicação do primeiro teorema de Castiglione (3), (18), e dados por:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{L}{EA} & f_2 &= \frac{L^3}{3EI_z} & f_3 &= \frac{L^3}{3EI_y} & f_4 &= \frac{L}{GJ} \\ f_5 &= \frac{L}{EI_y} & f_6 &= \frac{L}{EI_z} & f_7 &= \frac{-L^2}{2EI_y} & f_8 &= \frac{L^2}{2EI_z} \end{aligned}$$

A equação (3.1), quando aplicada a estruturas espaciais com n nós, assumirá então a forma:

$$\begin{Bmatrix} \{d\}_1 \\ \{d\}_2 \\ \vdots \\ \{d\}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [F]_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [F]_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & [F]_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{p\}_1 \\ \{p\}_2 \\ \vdots \\ \{p\}_n \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

3. 6. Matriz de inércias

A análise dinâmica requer a formulação de uma matriz de inércias estruturais, concorde com a matriz de Flexibilidades. Tal se faz pela substituição da massa distribuída de cada elemento, por duas massas, colocadas em cada uma das extremidades do elemento (nós), sendo os valores destas-massas determinados de modo que a massa total do elemento, - o seu centro de gravidade permaneçam inalterados.

As formas de matrizes de inércias frequentemente utilizadas em análises dinâmicas de estruturas de máquinas operatrizes são:

$$[M] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad [M] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & M & 0 & 0 & 0 \\ & & & I_{xx} & 0 & 0 \\ \text{simétrica} & & & & I_{yy} & 0 \\ & & & & & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

a primeira desprezando inteiramente os efeitos das inércias-de rotação, mas por outro lado reduzindo consideravelmente -

a complexidade do problema. A forma diagonal de ambas resulta em uma grande simplificação na computação dos modos e frequências naturais.

3.7. Transformação de sistemas de Coordenadas

A aplicação das condições de compatibilidade de equilíbrio e deslocamento torna-se mais simples se as flexibilidades de todos os elementos são referidas ao mesmo sistema de coordenadas. A transformação da matriz de flexibilidades referida ao sistema de coordenadas do elemento (x,y,z) para o sistema de coordenadas da estrutura (X,Y,Z) , é feita através da matriz;

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos Xx & \cos Xy & \cos Xz & 0 & 0 & 0 \\ \cos Yx & \cos Yy & \cos Yz & 0 & 0 & 0 \\ \cos Zx & \cos Zy & \cos Zz & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos Xx & \cos Xy & \cos Xz \\ 0 & 0 & 0 & \cos Yx & \cos Yy & \cos Yz \\ 0 & 0 & 0 & \cos Zx & \cos Zy & \cos Zz \end{bmatrix}$$

e da equação (2),

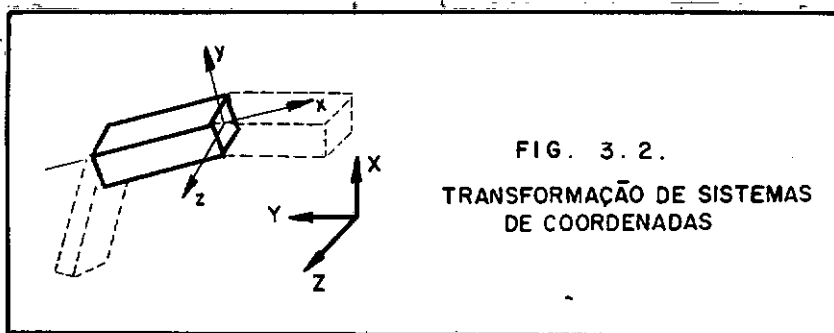
$$[F']_e = [T][F]_e [T]^t \quad (3.16)$$

sendo então a equação (3.13) dada por

$$\{d'\}_e = [T][F]_e [T]^t \{p'\}_e \quad (3.17)$$

com $\{d'\}_e$ e $\{p'\}_e$ referidos ao sistema de coordenadas da estrutura, e $[F]_e$, ao sistema de coordenadas do elemento (figura 3.2).

Por outro lado, na análise dinâmica da es -



estrutura, a determinação da matriz de inércias correspondente a um nó exige a composição das matrizes de inércias correspondentes aos elementos que se interligam nesse nó. Uma composição deste tipo requer que todas as matrizes de inércias sejam referidas ao mesmo sistema de coordenadas, pelo que é feita a transformação (2),

$$[M']_e = [T][M]_e [T]^t \quad (3.18)$$

A equação (3.12) transforma-se então em:

$$\{D\} = \omega^2 [FS][T][M][T]^t \{D\} \quad (3.19)$$

cujos auto-valores e auto-vetores corresponderão às frequências e modos naturais de vibração da estrutura.

C A P I T U L O I V

PROGRAMA PARA COMPUTADOR

4. 1. Descrição do programa

Com base no método de cálculo exposto no capítulo anterior, foi desenvolvido um programa para utilização - em computador digital, apto a determinar as deflexões estáticas, as frequências naturais e os modos de vibração de uma estrutura de máquina operatriz, idealizada como exposto no parágrafo 3.2.

A análise estática da estrutura corresponde basicamente à determinação da matriz quadrada simétrica $[FS]$, - para sua utilização na equação final 3.10. A análise dinâmica se resume na determinação dos auto-valores e auto-vetores que satisfaçam à equação 3.12, a qual, no programa, é ligeiramente modificada, de modo a transformar a matriz quadrada assimétrica $[FS][M]$ em uma matriz quadrada simétrica

$$[A] = [M^{1/2}][FS][M^{1/2}]$$

da seguinte forma:

$$[M^{1/2}]\{D\} = \omega^2 [M^{1/2}][FS][M^{1/2}] [M^{1/2}]\{D\} \quad (4.1)$$

Tres etapas principais se distinguem neste - programa:

(a) transformação de sistemas de coordenadas, onde as matrizes de flexibilidades e inércias são referidas ao sistema de coordenadas da estrutura;

(b) determinação dos deslocamentos dos nós da estrutura, - sob a ação de esforços aplicados nos mesmos;

(c) previsão das frequências e modos naturais de vibração -

da estrutura.

Em sua primeira etapa o programa requer como dados:

- (a) a matriz de cossenos diretores $[T]$;
 - (b) a matriz de flexibilidades $[F]$ do elemento elástico, referida ao sistema de coordenadas do elemento;
 - (c) idem, matriz de inércias $[M]$,
- e através das equações (3.16) e (3.18) fornece como resultados:

- (a) a matriz de flexibilidades $[FE]$ do elemento, referida ao sistema de coordenadas da estrutura;
- (b) idem, matriz de inércias $[ME]$.

A segunda etapa do programa utiliza como dados:

- (a) a matriz de flexibilidades $[FE]$, montada para a estrutura completa, conforme mostra a equação (3.14);
 - (b) as matrizes de conexão $[C1]$ e $[C2]$,
- e dá como resultado:

- (a) a matriz de flexibilidade global da estrutura $[FS]$.

É então possível, sendo dado um vetor de forças externas $\{P\}$, determinar-se o vetor de deslocamentos absolutos dos nós, $\{D\}$, pela aplicação da equação 3.10.

A terceira etapa do programa toma como dados:

- (a) a matriz de flexibilidade global da estrutura $[FS]$;
 - (b) a matriz de inércia da estrutura, montada através das matrizes $[ME]$ de cada elemento,
- e pela solução da equação (4.1), determina:
- (a) as frequências naturais; e
 - (b) os modos naturais de vibração da estrutura.

O programa dispõe ainda de comandos para a verificação, sempre, da leitura do último cartão de dados, po

dendo dar os resultados em cartões perfurados ao invés de -
listados na impressora ou armazenados em disco. Isto pode -
ser interessante no caso da matriz de flexibilidade global -
da estrutura, [FS], que poderá ser utilizada diretamente em
cálculos posteriores de deslocamentos estáticos da estrutura
devidos a modificações de carregamentos externos.

4. 2. Simbologia adotada no programa

Somente serão dados os significados das variá-
veis que sejam necessárias para a utilização do programa, -
uma vez que é usada uma série de outras variáveis apenas com
a finalidade de se chegar aos resultados finais desejados.

Considerando a ordem com que estas variáveis-
aparecem no programa, tem-se:

- T designa a matriz de cossenos diretores.
- F designa a matriz de flexibilidade de cada elemento
 elástico, referenciada ao sistema de coordenadas -
 do elemento.
- M designa a matriz de inércias de cada elemento refe-
 renciada ao sistema de coordenadas do elemento.
- FE designa a matriz de flexibilidades do elemento re-
 ferenciada ao sistema de coordenadas da estrutura.
- ME designa a matriz de inércias do elemento, referen-
 ciada ao sistema de coordenadas da estrutura.
- C1,C2 designam as matrizes de conexão.
- FS designa a matriz de flexibilidade global da estru-
 tura.
- P designa o vetor de forças externas aplicadas aos -
 nós da estrutura.

- DS designa o vetor de deslocamentos absolutos dos nós da estrutura.
- XM designa a matriz de inércias da estrutura $ME^{1/2}$.
- YM designa a matriz de inércias da estrutura $ME^{-1/2}$.
- FN designa o vetor de frequências naturais de vibração da estrutura.
- D designa a matriz de modos naturais de vibração da estrutura.

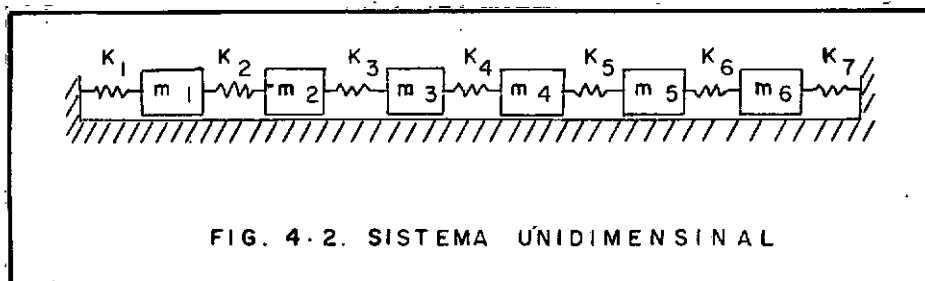
4. 3. Diagrama de blocos

As principais partes da programação são mostradas no diagrama de blocos da figura 4.1, onde são indicadas separadamente as sequências correspondentes a;

- (a) transformação de sistemas de coordenadas;
- (b) análise estática;
- (c) análise dinâmica.

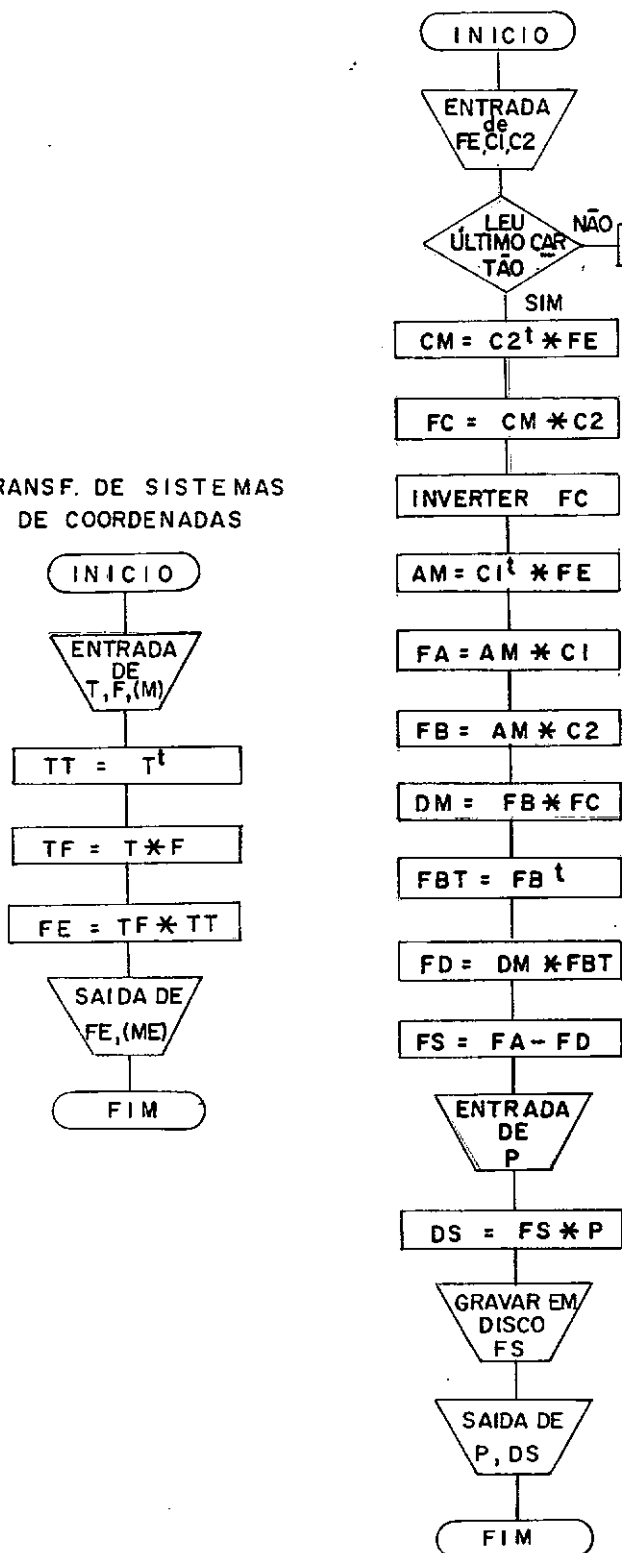
4. 4. Verificação do programa

O programa foi testado através de sua aplicação ao caso da estrutura mostrada na figura 4.2.



Os resultados fornecidos pelo programa, tanto no cálculo de deslocamentos estáticos, como na determinação das frequências e modos naturais de vibração, coincidiram.

ANALISE ESTATICA

TRANSF. DE SISTEMAS
DE COORDENADAS

ANALISE DINAMICA

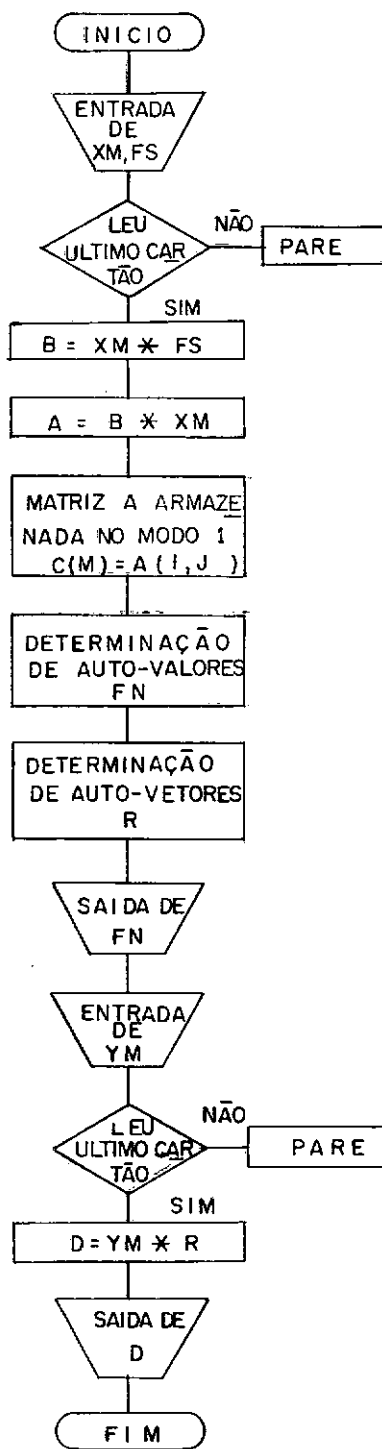


FIG. 4.1. DIAGRAMA DE BLOCOS

ram perfeitamente com aqueles determinados analiticamente a traves do método dos coeficientes de influência e do método de iteração⁽¹⁹⁾.

A aplicação do método das forças aqui apresentado resultou, sem dúvida, muito mais simples e rápido, sendo necessário apenas definir os dados de entrada para o programa, que no caso da figura 4.2. são:

$$[FE] = \begin{bmatrix} 1/k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1/k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1/k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1/k_4 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{simétrica} & & & 1/k_5 & 0 & 0 \\ & & & & & 1/k_6 & 0 \\ & & & & & & 1/k_7 \end{bmatrix} \quad [C2] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{simétrica} & & m_4 & 0 & 0 \\ & & & & m_5 & 0 \\ & & & & & m_6 \end{bmatrix} \quad [C1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. 5. Observações sobre a utilização do programa

A matriz de flexibilidades de cada elemento e lástico da estrutura é uma matriz quadrada 6 x 6 , que pode ser reduzida a uma matriz quadrada 3 x 3 , se não forem considerados os efeitos de rotação dos nós da estrutura. Um pro

cedimento deste tipo, ignorando também as inércias de rotação, é justificável na determinação dos modos de vibração - mais baixos da estrutura, sendo contudo importante observar - que sempre que tal simplificação é possível, a complexidade - do problema é grandemente reduzida^{(6),(9)}.

Como o computador disponível para utilização - e verificação de resultados era um IBM 1130, com 8k de memória, o programa aqui apresentado foi desenvolvido de modo a permitir a análise de estruturas com 10 nós, quando não se consideram os efeitos de rotação, ou 5 nós quando estes efeitos são considerados. A lógica do programa, contudo, é tal que a alteração do número de nós se faz imediatamente, com a substituição simples de alguns cartões, sendo apto, por exemplo, a analisar estruturas com 11 ou 23 nós (respectivamente considerando ou não, os efeitos de rotação) em um computador com 32k de memória. Observe-se aqui que a exigência de memória do computador aumenta aproximadamente com o quadrado do número de nós fixados na estrutura.

Modificações que ocorram na estrutura, por exigências de projeto, poderão ter determinados seus efeitos - sobre os comportamentos estático e dinâmicos da mesma, apenas pela substituição dos cartões de dados referentes às matrizes de flexibilidades, inércia e conexão.

A influência de juntas de diferentes tipos poderá ser analisada através de modificações que se façam na matriz de flexibilidades, apenas.

4. 6.

Custos e tempo de operação

O aumento do número de nós adotados no modelo

da estrutura, certamente conduzirá a resultados mais próximos aos reais. Contudo, deve-se considerar os efeitos que este aumento provoca na exigência de capacidade de memória do computador, o que é facilmente determinável, e nos custos de operação, que segundo Taylor⁽¹¹⁾ crescem pelo menos com o quadrado do número de nós.

O tempo de operação dependerá certamente do tipo de computador utilizado. Este programa, aplicado na análise estática e dinâmica da estrutura de um torno (vd. capítulo seguinte), demandou cerca de 28 minutos, operando em um computador IBM 1130, com 8k de memória.

A listagem do programa encontra-se no Apêndice 1.

C A P Í T U L O V

ANÁLISE ESTATICA E DINAMICA DE UMA ESTRUTURA-TESTE

5. 1. Generalidades

O método analítico exposto nos capítulos anteriores, bem como o programa para computador digital, aqui apresentado, foram aplicados na análise de uma estrutura constituída por barras de aço soldadas, e os resultados obtidos analiticamente foram comparados com resultados determinados experimentalmente, em ensaios feitos com a estrutura.

5. 2. Análise experimental da estrutura

5. 2. 1. O modelo experimental

O modelo da estrutura foi construído com aço laminado AENT 1020, com formato e dimensões mostrados na figura 5. 1., tratando-se, portanto, de um quadro hiperestático.

As características mecânicas do material utilizado, de interesse para os cálculos efetuados, são:

- módulo de elasticidade $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$
- peso linear $G = 5,06 \text{ kgf/m}$

5. 2. 2. O equipamento utilizado nas experiências

Para a medida de deslocamentos sob a ação de cargas estáticas utilizou-se:

- dispositivo para aplicação de cargas, especialmente construído para uso neste caso;
- comparador mecânico de mostrador tipo 245711, marca Mitutoyo, com precisão de 0,01 mm.

Na determinação das frequências e modos natu-

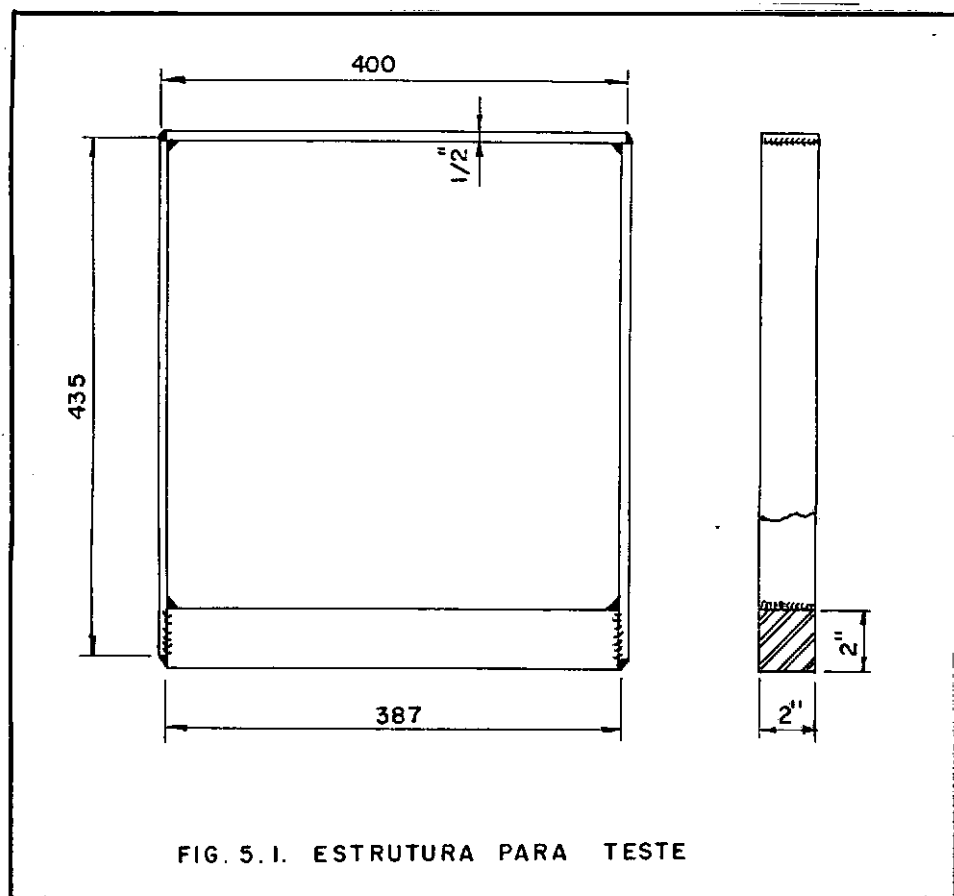


FIG. 5.1. ESTRUTURA PARA TESTE

rais de vibração foram utilizados:

- excitador tipo PR9270, marca Philips;
- amplificador tipo 129043, marca Philips;
- Oscilador tipo PM5121, marca Philips;
- amperímetro tipo 70FD, marca Engro;
- acelerômetro tipo 4332, marca Brüel & Kjaer;
- pré-amplificador tipo 1606, marca Brüel & Kjaer;
- analisador de frequências tipo 2107, marca Brüel & Kjaer
- oscilógrafo tipo RMV-33DC, marca Kyowa.

5. 2. 3. Montagem da experiência

A experiência, como foi montada, está representada na figura 5.2. Nesta figura os números 1 e 2 representam as posições em que a estrutura foi fixada para a realização dos ensaios dinâmicos, sendo que A e B correspondem,

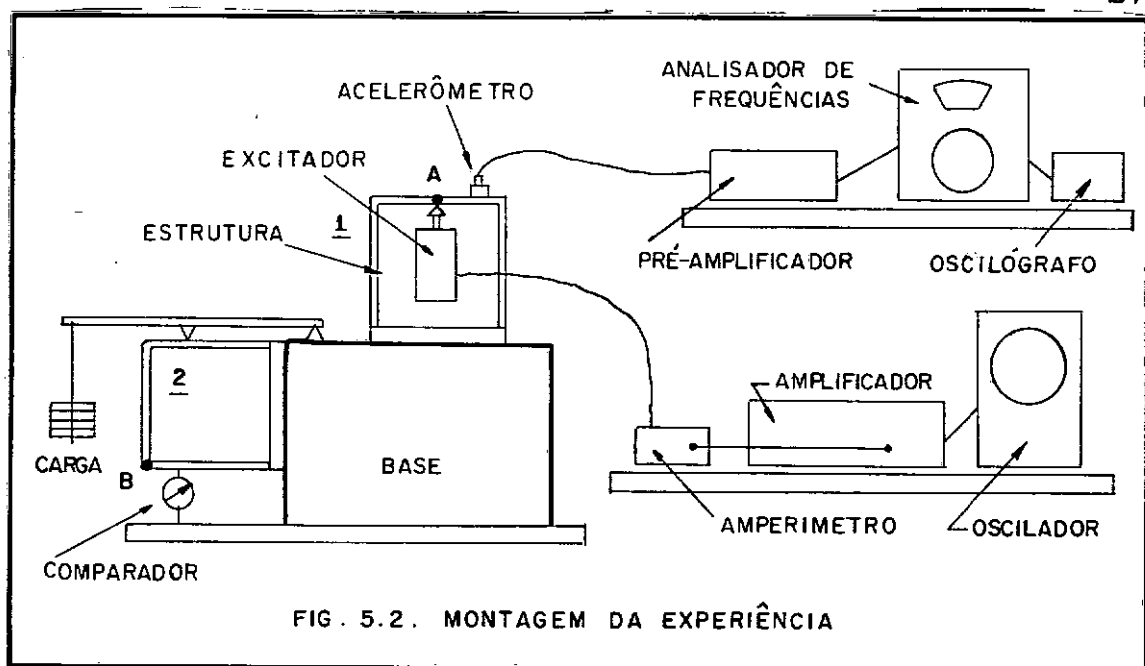


FIG. 5.2. MONTAGEM DA EXPERIÊNCIA

respectivamente, aos pontos onde foi colocado o excitador. - Os ensaios estáticos foram levados a termo com a estrutura situada na posição 2.

Para que a estrutura mantivesse, durante os ensaios, sua característica de quadro hiperestático, ela foi rigidamente fixada à mesa de uma furadeira radial, de modo que a massa desta, sendo muitas vezes superior à daquela, tivesse sua influência sobre os ensaios dinâmicos, se não de todo eliminada, ao menos bastante reduzida.

Com a excitação do modelo, as frequências naturais de vibração foram determinadas através de um oscilador, enquanto que os modos de vibração foram levantados através de um acelerômetro.

Para a determinação dos deslocamentos estáticos da estrutura, foram aplicadas, por meio de um mecanismo de alavanca, cargas em diferentes pontos sendo medidos os deslocamentos nos pontos de interesse, através de um relógio comparador.

5. 3. Análise da estrutura através do método das -
forças, com solução dada pelo programa para -
computador.

5. 3. 1. Localização dos nós

Sobre o eixo principal da estrutura foram localizados 10 pontos de concentração de massas, dispostos como mostrado na figura 5. 3.

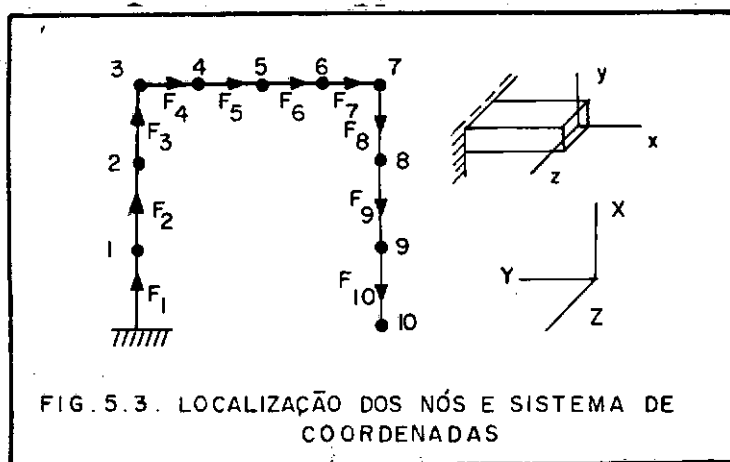


FIG. 5.3. LOCALIZAÇÃO DOS NÓS E SISTEMA DE COORDENADAS

Os nós foram numerados, em ordem crescente, - de 1 a 10, e as massas concentradas em cada nó serão denominadas m_1, m_2, \dots, m_{10} . As flexibilidades, caracterizando os - elementos elásticos de interligação dos nós, foram nomeadas - F_1, F_2, \dots, F_{10} .

O segundo engastamento da estrutura foi substituído pelo nó 10, onde é imposto que se tenha uma massa - concentrada com valor infinito, e deslocamento nulo. Em as - sim procedendo, a estrutura estará adaptada à aplicação do método de cálculo exposto anteriormente.

5. 3. 2. Sistemas de coordenadas

Na figura 5. 3 anterior são representados o

sistema de coordenadas da estrutura, XYZ, e o método de adoção dos sistemas de coordenadas de cada elemento elástico, -xyz; cada elemento foi orientado com uma seta, correspondente a orientação do eixo x do seu sistema de coordenadas. Assim sendo, conclui-se que:

(a) os elementos F_1 , F_2 , e F_3 têm seu sistema de coordenadas coincidindo com o sistema de coordenadas da estrutura, - não necessitando portanto de matrizes de transformação $[T]$, que neste caso seriam a matriz identidade;

(b) os elementos F_4 , F_5 , F_6 e F_7 têm suas matrizes de transformação dadas por;

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(c) os elementos F_8 , F_9 e F_{10} terão suas matrizes de transformação representadas por:

$$[T] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Com isto torna-se então possível referenciar-se todas as flexibilidades ao mesmo sistema de coordenadas, - que será aquele da estrutura.

5. 3. 3. Matriz de flexibilidades

Na tabela 5.1 tem-se relacionadas as flexibilidades de cada elemento da estrutura, referidas ao seu sistema de coordenadas, e calculadas de acordo com a equação 3.13.

Tabela 5.1

elem.nº	F_1 (m/kgf)	F_2 (m/kgf)	F_3 (m/kgf)
1-2-3 8-9-10	$0,970 \times 10^{-8}$	$0,434 \times 10^{-5}$	$0,271 \times 10^{-6}$
4-5-6-7	$0,740 \times 10^{-8}$	$0,182 \times 10^{-5}$	$0,114 \times 10^{-6}$

Após a transformação de sistemas de coordenadas, as flexibilidades de cada elemento, referidas ao sistema de coordenadas da estrutura, serão aquelas dadas na tabela 5.2.

Tabela 5.2

elem.nº	F_1 (m/kgf)	F_2 (m/kgf)	F_3 (m/kgf)
1-2-3	$0,970 \times 10^{-8}$	$0,434 \times 10^{-5}$	$0,271 \times 10^{-6}$
4-5-6-7	$0,182 \times 10^{-5}$	$0,740 \times 10^{-8}$	$0,114 \times 10^{-6}$
8-9-10	$0,970 \times 10^{-8}$	$0,434 \times 10^{-5}$	$0,271 \times 10^{-6}$

Pode-se então montar agora a matriz de flexibilidades da estrutura, que segundo a equação 3.14 será uma matriz diagonal 30×30 , dada por:

$$[F] = \begin{bmatrix} \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{matrix} & & & & \\ & \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{matrix} & & & \\ & & \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{matrix} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{matrix} \end{bmatrix}$$

elem.1 elem.2 elem.3 elem.10

5. 3. 4. Matriz de inércias

Considerando os pontos de concentração de massa estabelecidos na figura 5.3, e a equação 3.15, a estrutura terá sua matriz de inércias definida pela matriz diagonal 27x27

$$[M] = \begin{bmatrix} \begin{matrix} M1 \\ M1 \\ M1 \end{matrix} & & & & & \\ & \begin{matrix} M2 \\ M2 \\ M2 \end{matrix} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \begin{matrix} M9 \\ M9 \\ M9 \end{matrix} & & \\ \text{nó 1} & & & & & \\ & \text{nó 2} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \text{nó 9} & & \end{bmatrix}$$

onde M_i representa a massa concentrada no nó i.

Os termos diagonais da matriz de inércias, observado o exposto no parágrafo 3.6, foram determinados e reunidos na tabela 5.3.

Tabela 5.3

nó	M(utm)	nó	M(utm)
1	0,0690	6	0,0518
2	0,0690	7	0,0604
3	0,0604	8	0,0690
4	0,0518	9	0,0690
5	0,0518	10	∞

5.3.5 Matrizes de conexão

A aplicação da equação 3.2 a uma estrutura espacial como a da figura 5.3, onde não são considerados os e-

feitos de rotação dos nós, resulta em:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} & H_{15} & H_{16} & H_{17} & H_{18} & H_{19} & H_{110} \\ 0 & H_{22} & H_{23} & H_{24} & H_{25} & H_{26} & H_{27} & H_{28} & H_{29} & H_{210} \\ 0 & 0 & H_{33} & H_{34} & H_{35} & H_{36} & H_{37} & H_{38} & H_{39} & H_{310} \\ 0 & 0 & 0 & H_{44} & H_{45} & H_{46} & H_{47} & H_{48} & H_{49} & H_{410} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{55} & H_{56} & H_{57} & H_{58} & H_{59} & H_{510} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{66} & H_{67} & H_{68} & H_{69} & H_{610} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{77} & H_{78} & H_{79} & H_{710} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{88} & H_{89} & H_{810} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} & H_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{1010} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ R_1 \end{bmatrix}$$

--- (5.1)

onde:

$$\{P_i\} = \begin{bmatrix} P_{ix} \\ P_{iy} \\ P_{iz} \end{bmatrix} \quad \{P_i\} = \begin{bmatrix} P_{ix} \\ P_{iy} \\ P_{iz} \end{bmatrix} \quad [H_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tem-se então determinadas na equação anterior as matrizes de conexão C1 e C2 que serão matrizes retangulares 30x27 e 30x3 respectivamente .

5. 4. Resultados analíticos e experimentais

5. 4. 1. Análise dinâmica

Com relação às frequências naturais de vibração da estrutura aqui considerada, tem-se na tabela 5.4 os resultados determinados experimentalmente e aqueles obtidos através da utilização do programa para computador digital. Nela encontram-se relacionadas as primeiras 10 frequências

Tabela 5.4

Freq. Calc. cps	Freq. Medida cps	Dif. Percentual %
103	117	-10,9
290	240	20,8
327	*	-
395	380	3,9
408	410	-0,5
502	480	4,6
511	550	-7,1
731	715	2,2
914	*	-
959	950	0,1

* não observada experimentalmente

naturais calculadas, as correspondentes frequências naturais determinadas experimentalmente e as respectivas diferenças percentuais. O erro grande observado nas baixas frequências - evidencia a influência que a base da furadeira radial, tomada como suporte da estrutura, apresentou durante os ensaios; esta base, devido a sua grande massa, tem uma frequência natural muito baixa, o que se refletiu sobre a estrutura em teste. As frequências naturais não observadas experimentalmente correspondem, conforme indicação do cálculo analítico, a modos de vibração transversal da estrutura (segundo o eixo z, figura 5.3); nesta direção a estrutura é muito rígida, apresentando, quando assim excitada, uma amplitude de vibração muito baixa e um alto amortecimento, características estas verificadas através do oscilógrafo. Este tipo de compor-

tamento terá sido provavelmente a causa da ^{nao}verificação experimental destas frequências naturais. Note-se que foram observadas experimentalmente ainda as frequências naturais de 152, 172 e 675 cps, dentro da faixa dada na tabela 5.4, - cujas presenças não foram indicadas pelo cálculo; isto se deve ao fato de a estrutura ser um sistema contínuo e a hipótese de cálculo considerá-la como constituída por apenas 10 - massas concentradas.

Os modos naturais de vibração, tanto determinados analítica como experimentalmente foram concordes, sendo representados na figura 5.4. onde não houve preocupação com escala de desenho, mas apenas com posições relativas.

5. 4. 2. Análise estática

Os resultados correspondentes aos deslocamentos estáticos da estrutura, determinados analítica e experimentalmente, são mostrados na tabela 5.5, e na figura 5.5, e correspondem ao caso de aplicação de uma força $F = 100 \text{ kgf}$ - respectivamente nos nós 2 e 3, segundo a direção do eixo coordenado Y.

Tabela 5.5

nó	deslocamentos dos nós (mm)					resultado
	1	2	3-7	8	9	
2	0,29	0,58	0,43	0,29	0,14	teórico
	0,45	1,17	1,70	1,15	0,48	experimental
3	0,22	0,43	0,65	0,43	0,22	teórico
	0,46	1,41	2,51	1,38	0,49	experimental

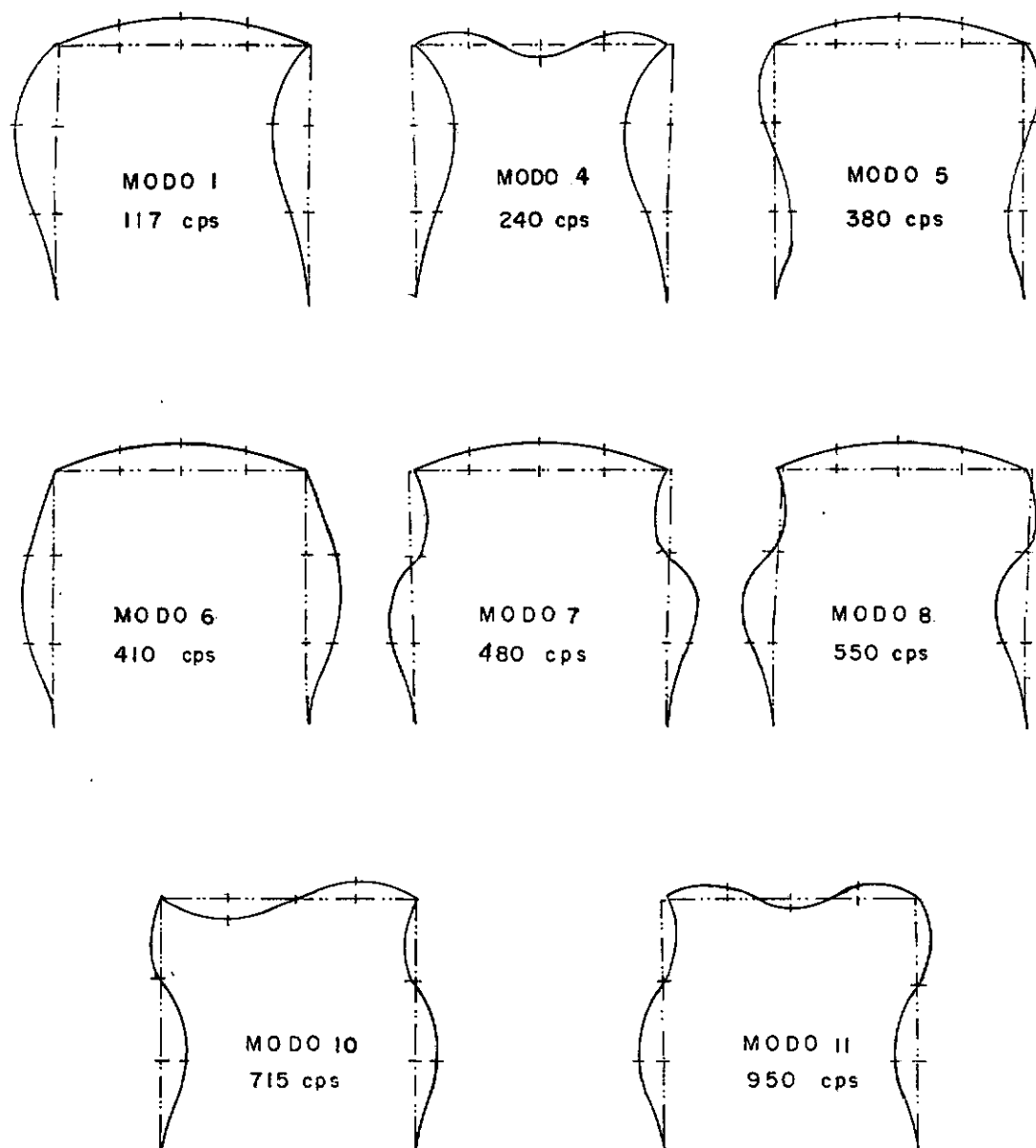


FIG. 5.4. MODOS NATURAIS DA ESTRUTURA TESTE

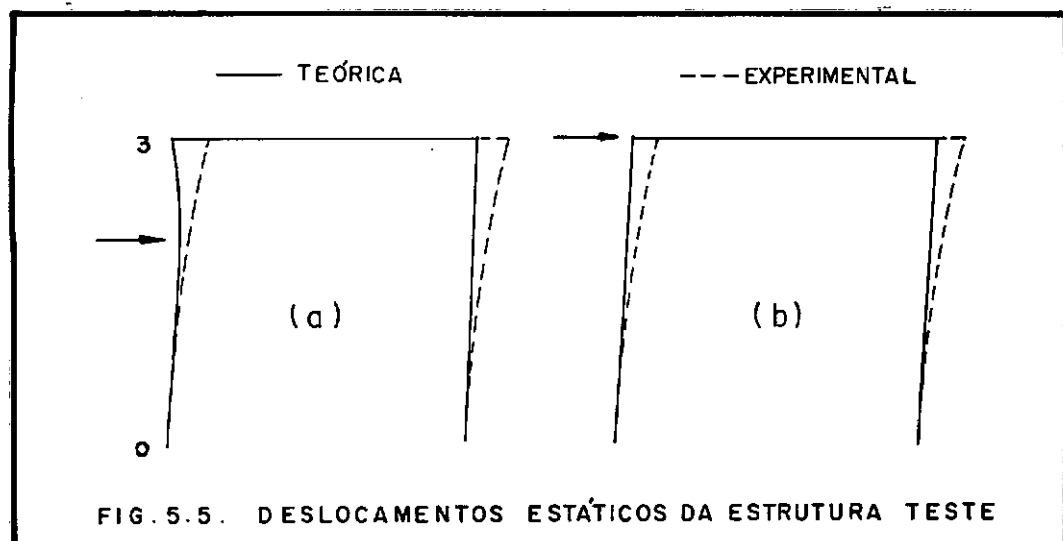


FIG. 5.5. DESLOCAMENTOS ESTATÍCOS DA ESTRUTURA TESTE

Apesar da discordância que se observa entre os resultados experimentais e teóricos, estes últimos estão perfeitamente concordes com o tratamento matemático dado ao problema, uma vez que não foram considerados os efeitos de rotação dos elementos elásticos da estrutura. Se os mesmos forem levados aos cálculos, obter-se-á a concordância entre ambos os resultados, visto que o deslocamento de cada nó é também influenciado por momentos internos e respectivas flexibilidades de rotação (equação 3.13), o que aproximará os resultados obtidos analiticamente àqueles determinados experimentalmente.

Note-se que no caso da figura 5.5 (a) a barra-03 se comportou, para efeito de cálculos, como se tivesse uma extremidade suportada por um apoio fixo, e a outra por um apoio não fixo. No caso da figura 5.5 (b), não sendo considerados os momentos de engastamento, os deslocamentos dos nós, teoricamente, obedecem a uma relação linear. Estes resultados dão uma informação importante para a análise de soluções analíticas, obtidas para o caso de estruturas nas quais se façam considerações análogas às aqui observadas.

5. 5. Discussão

A análise dos resultados teóricos e experimentais referentes a este exemplo de aplicação dão uma indicação de como encarar os resultados obtidos no capítulo seguinte, onde o método de cálculo é utilizado para a previsão do comportamento estático e dinâmico da estrutura de uma máquina operatriz, no caso um torno RN-400, marca ROMI.

Verificou-se através deste exemplo que os efeitos das flexibilidades e inércias de rotação são bastante influentes no cálculo de deslocamentos, não o sendo igualmente na determinação das frequências e modos naturais de vibração.

Na análise dinâmica estes efeitos de rotação não tiveram influência acentuada, de modo que a sua não consideração não conduz a resultados que muito se afastem dos reais. Neste caso terá sim grande influência o número de nós considerados.

Na análise estática, por outro lado, a não consideração dos efeitos de rotação dos elementos elásticos determina que os resultados teóricos sejam encarados com cuidado, tendo um valor mais qualitativo que quantitativo.

Conclui-se então que, para aplicações em máquinas operatrizes, quando o interesse estiver voltado para a determinação de frequências e modos naturais de vibração é dispensável considerar-se os efeitos de rotação, ao passo que quando este interesse se constituir no cálculo de deslocamentos tais efeitos não deverão ser abandonados.

C A P Í T U L O V I

ANÁLISE ESTATICA E DINAMICA DE UMA ESTRUTURA DE MÁQUINA OPERATRIZ

6. 1. Generalidades

O objetivo básico do presente trabalho foi a elaboração de um método sistemático de análise estática e dinâmica de estruturas, com objetivo primordial de aplicação à máquinas operatrizes. Assim é que após o desenvolvimento de um programa para computador que resolvesse o problema matematicamente, e sua verificação, como feita nos capítulos anteriores, através de aplicações de fácil comprovação analítica ou experimental, o método foi aplicado ao caso de uma estrutura de máquina operatriz. O tipo de máquina escolhido para tal foi um torno, de fabricação nacional, marca ROMI, modelo RN400, mostrado na figura 6.1, tendo como características principais a distância entre pontos igual a 500mm e potência nominal de 2 CV.

Como passo inicial foi feito um levantamento do desenho de projeto da estrutura do torno. Atraves de medições efetuadas sobre a própria máquina, foram elaborados os desenhos de suas partes constituintes e de interesse para os cálculos que se pretendiam. Estes desenhos estão reunidos no Apêndice 2, onde é feita a seguinte notação:

FIG. A2.1 - Barramento

FIG. A2.2 - Base esquerda

FIG. A2.3 - Base direita

FIG. A2.4 - Caixa Norton

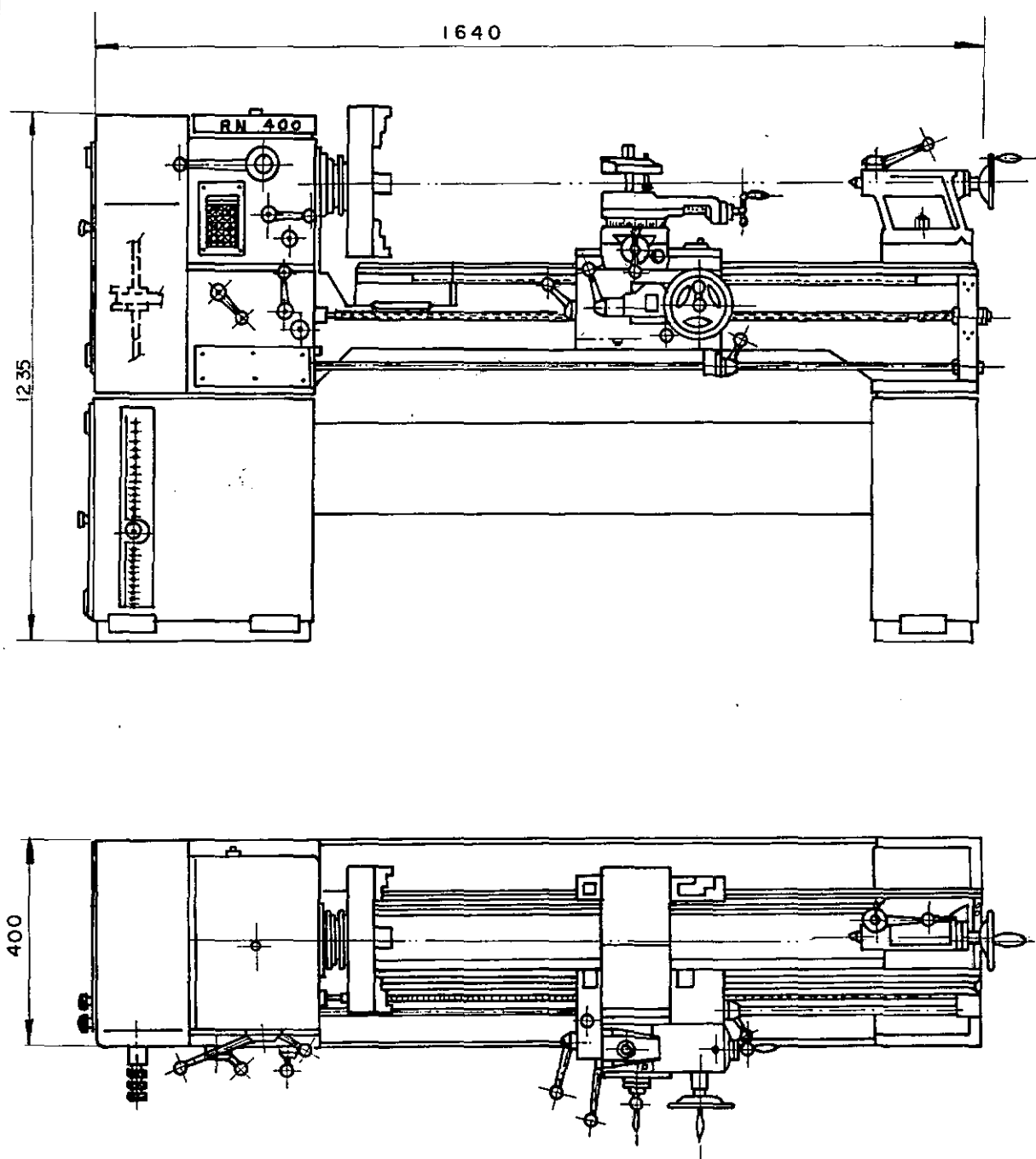


FIG. 6.1 TORNO ROMI - RN 400

FIG. A2.5 - Cabeçote

FIG. A2.6 - Contraponto

Baseando-se nestes desenhos é que se fez a estimativa de massas dos elementos constituintes da estrutura e de suas respectivas flexibilidades.

6. 2. Localização dos nós

Seguindo a mesma orientação exposta no parágrafo 5.3.1. anterior, foram fixados 10 nós sobre o eixo principal da estrutura, dispostos como mostrado na figura 6.2. O carro porta-ferramentas foi fixado em uma posição determinada, sendo que qualquer outra posição poderá ser igualmente analisada bastando para isto que se desloque o nó 4 para um ou outro lado, determinando-se, em cada caso, as novas flexibilidades correspondentes aos elementos elásticos F_4 e F_5 . O segundo engastamento da estrutura foi igualmente substituído pelo nó 10, onde se concentra a massa m_{10} , infinita, cujo deslocamento é nulo.

6. 3. Sistemas de coordenadas

O sistema de coordenadas adotado para a estrutura é mostrado na figura 6.2, e a adoção de sistemas de coordenadas para os elementos elásticos individuais segue o mesmo critério exposto no parágrafo 5.3.2. Desta forma, apenas os elementos F_1 , F_8 e F_9 têm seu sistema de coordenadas coincidindo com aquele da estrutura. Isto impõe a necessidade de se estabelecer as matrizes de transformação $[T]$, correspondentes aos demais elementos, de modo a referenciar suas flexibilidades ao sistema de coordenadas da estrutura.

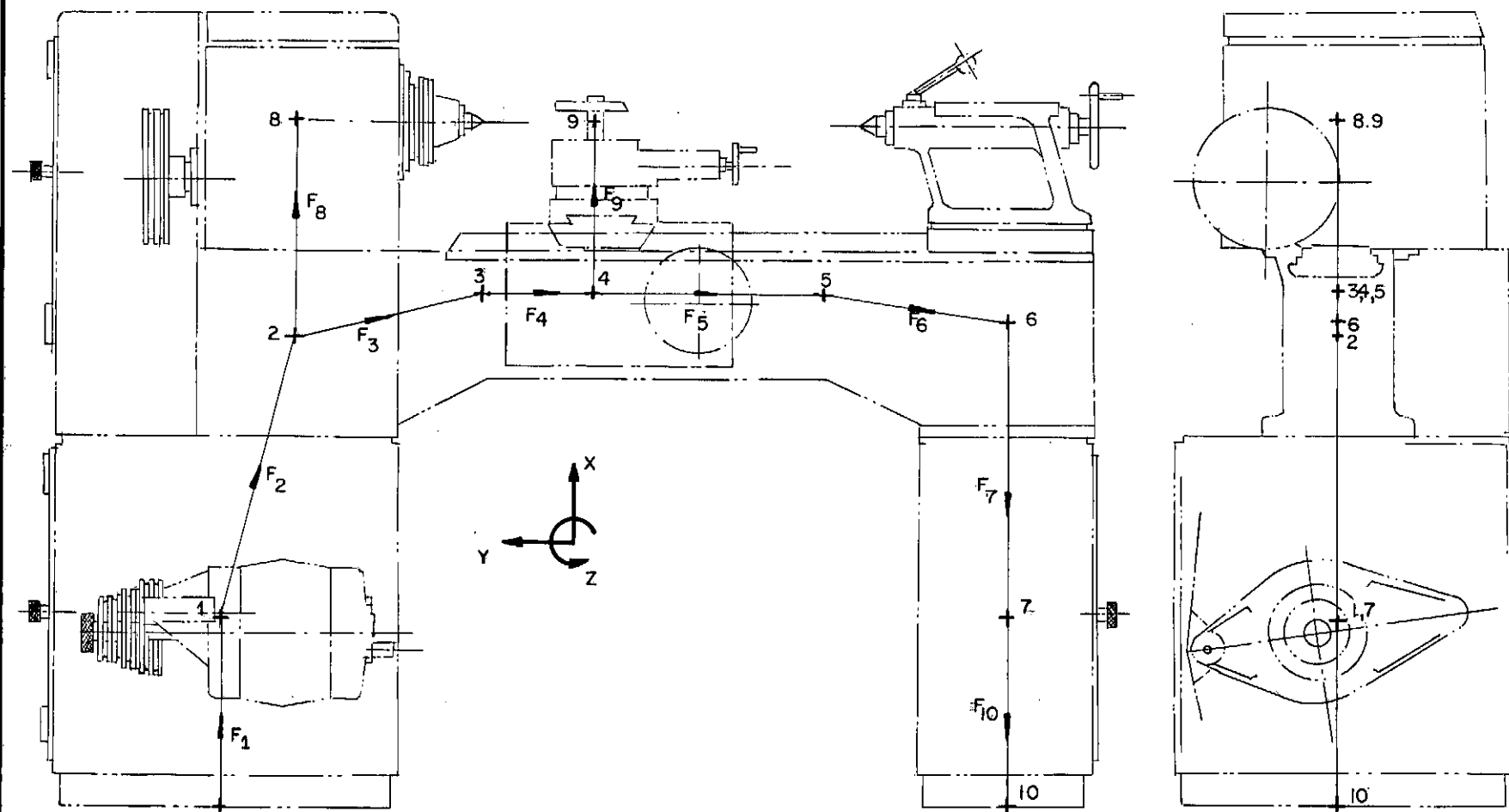


FIG. 6.2. LOCALIZAÇÃO DOS NÓS E SISTEMA DE COORDENADAS

Representando a matriz de transformação por:

$$[T] = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

os seus termos, referentes a cada um dos 10 elementos elásticos da estrutura, serão aqueles constantes da tabela 6.1.

Tabela 6.1

elem. n.º	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0,258	-0,966	0	0,966	0,258	0	0	0	1
3	0,954	-0,300	0	0,300	0,954	0	0	0	1
4	0	1	0	-1	0	0	0	0	1
5	0	1	0	-1	0	0	0	0	1
6	0,951	0,308	0	-0,308	0,951	0	0	0	1
7	-1	0	0	0	-1	0	0	0	1
8	1	0	0	0	1	0	0	0	1
9	1	0	0	0	1	0	0	0	1
10	-1	0	0	0	-1	0	0	0	1

6. 4 Características geométricas dos elementos elásticos.

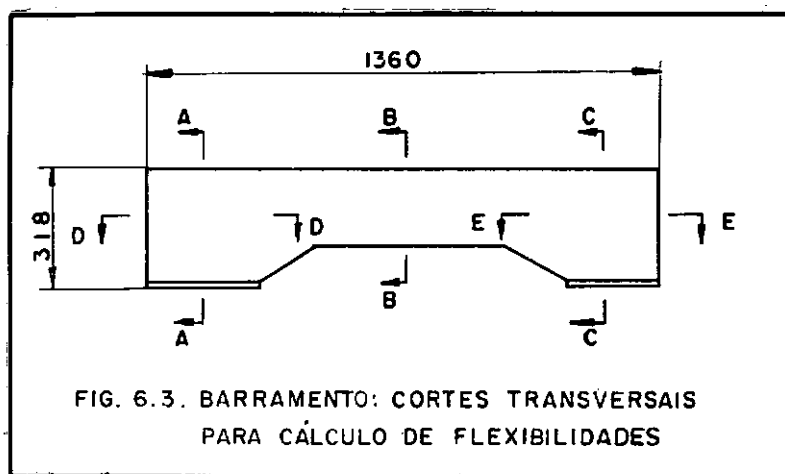
Para a montagem da matriz de flexibilidades - da estrutura é necessário que se determine, para cada elemento elástico, o seguinte:

- (a) o desenho da sua secção transversal;
- (b) a área da secção;
- (c) a posição do centro de gravidade da secção;
- (d) os momentos de inércia da secção;

(e) o comprimento do elemento;

Com o conhecimento destas características geométricas, e ainda do material de que é feita a estrutura, pode-se então calcular as flexibilidades de cada elemento (equação 3.13) em seu respectivo sistema de coordenadas.

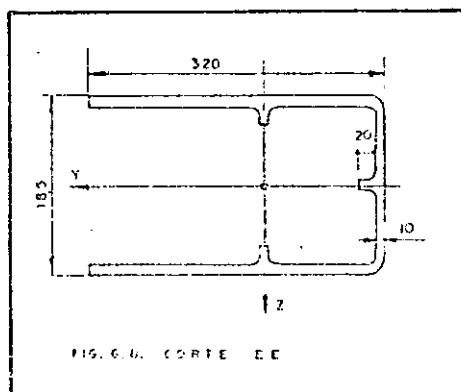
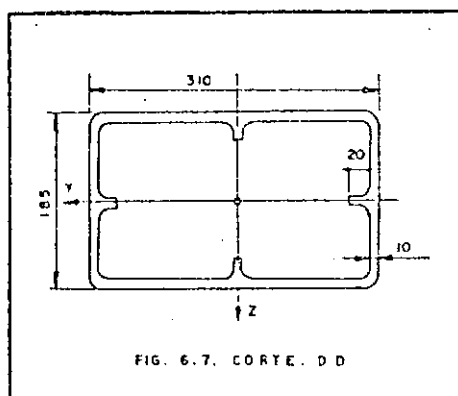
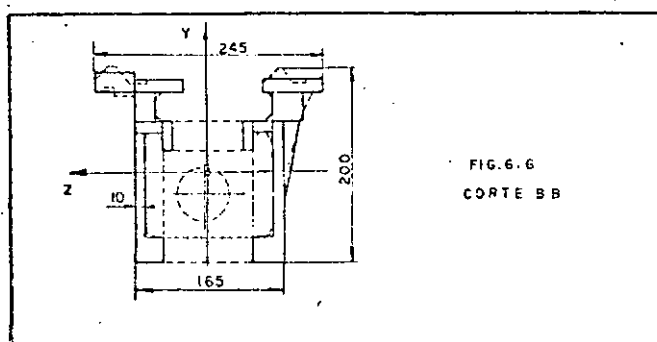
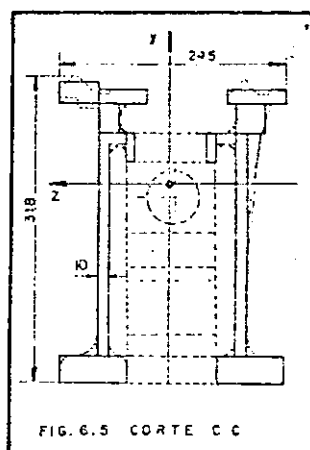
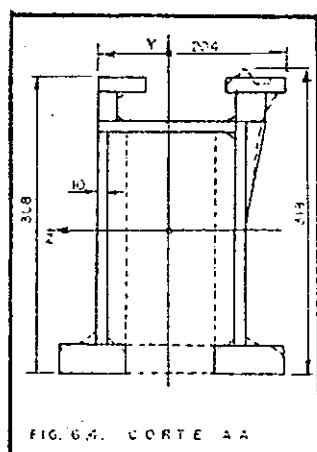
A figura 6.3 mostra o barramento do torno e os cortes transversais que foram estabelecidos para o cálculo de flexibilidades.

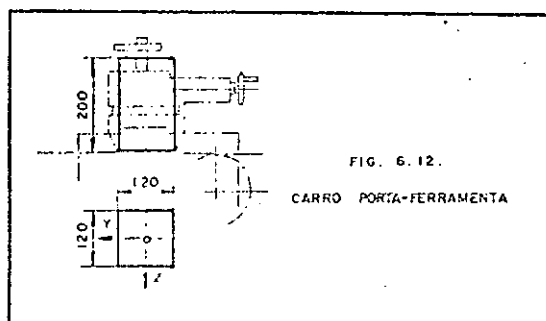
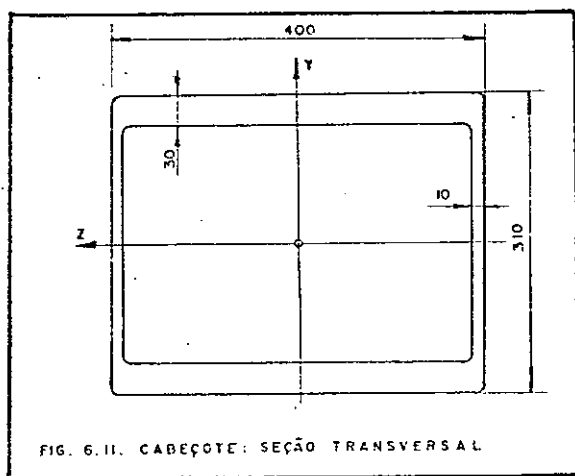
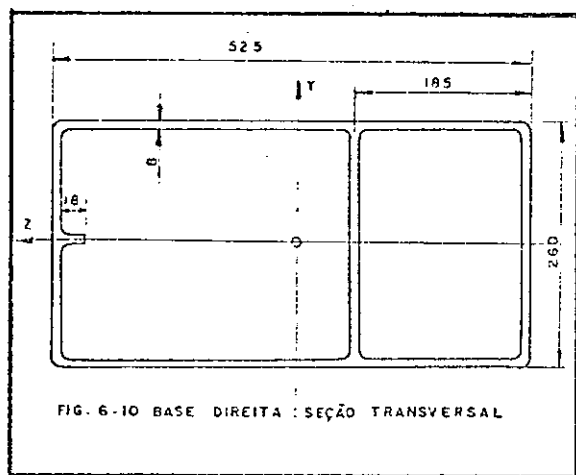
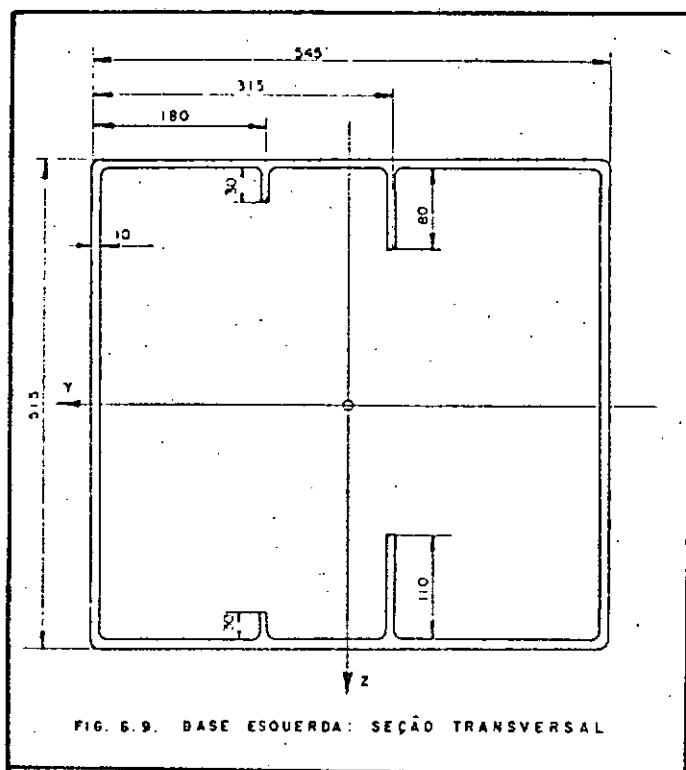


As secções transversais correspondentes a cada corte são mostradas individualmente nas figuras 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, e 6.8. Note-se que a forma destas secções transversais - bem como todas as demais que aqui aparecem, foram determinadas através de medições efetuadas sobre a própria estrutura da máquina.

Nas figuras 6.9, 6.10 e 6.11 são mostradas as secções transversais respectivamente da base esquerda, base-direita e cabeçote do torno.

A figura 6.12 representa a idealização feita - para o carro porta-ferramentas, o qual teve a sua forma geométrica substituída pela de um paralelepípedo, para efeito -





de cálculos de flexibilidades.

Com o conhecimento da forma da secção transversal dos 10 elementos elásticos fixados como integrantes da estrutura da máquina, foi possível a determinação das posições de seus respectivos centros de gravidade, localizados nas figuras pela intersecção dos eixos y e z, eixos estes correspondentes ao sistema de coordenadas do elemento. A seguir foram calculados os momentos de inércia de cada secção.

6. 5. Flexibilidades individuais

Com os comprimentos de cada elemento elástico, os quais ficaram definidos quando se fixou as posições dos nós (vd. figura 6.13), foram calculados os termos das matrizes de flexibilidades individuais. Devido, contudo, à variação na forma da secção dos elementos elásticos F_2 , F_3 , F_6 , F_7 e F_8 , tornou-se necessária a composição de suas flexibilidades parciais, a fim de se determinar as correspondentes flexibilidades equivalentes. A combinação de flexibilidades parciais relativas a solicitações de tração ou compressão é imediata; no caso de solicitação a flexão a flexibilidade equivalente será dada por (vd. figura 6.14) :

$$F_{eq} = \frac{b^3}{3E_2J_2} + \frac{a^3}{3E_1J_1} \left[1 + 3\left(\frac{b}{a}\right) + 3\left(\frac{b}{a}\right)^2 \right]$$

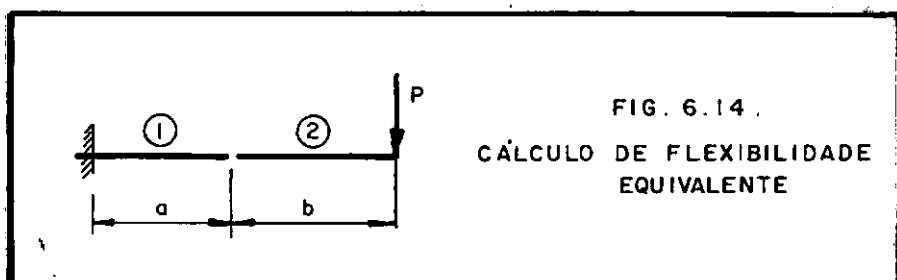
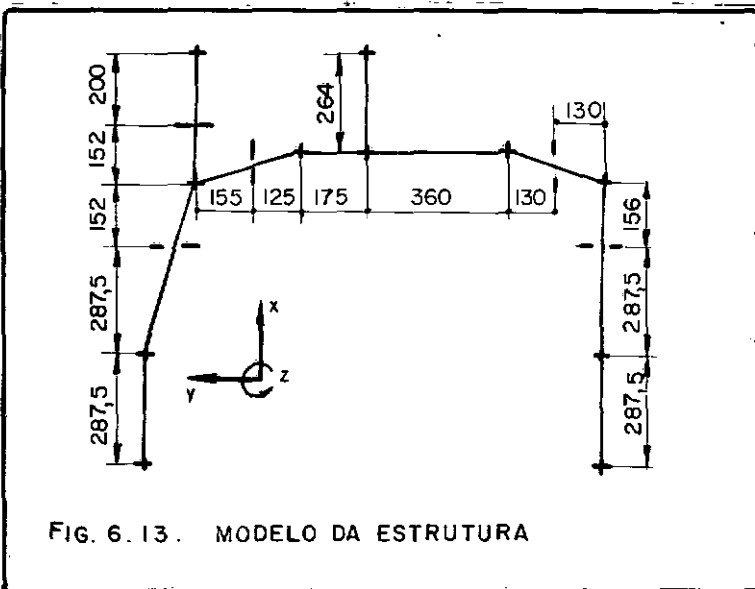


FIG. 6.14.
CÁLCULO DE FLEXIBILIDADE EQUIVALENTE



6. 6

Matriz de flexibilidades

Após o cálculo das flexibilidades individuais de cada elemento, sua composição nos casos em que se requeria uma flexibilidade equivalente, e as respectivas transformações de sistemas de coordenadas, os termos da matriz de flexibilidades, a ser montada conforme exposto no parágrafo 5.3.3., são aqueles dados na tabela 6.2.

Tabela 6.2

elem. n.º	$10^8 F_1$ (m/ kgf)	$10^8 F_2$ (m/ kgf)	$10^8 F_3$ (m/ kgf)
1	0,154	0,100	0,100
2	0,453	0,353	0,610
3	0,325	0,731	0,587
4	0,347	0,203	0,371
5	3,030	0,418	3,240
6	0,339	1,010	1,220
7	0,482	3,640	5,040
8	0,277	1,260	2,570
9	0,087	1,690	1,690
10	0,252	0,608	0,220

6. 7.

Matriz de inércias

Baseando-se nos desenhos do Anexo 2, e no peso total da máquina dado pelo catálogo de fabricante, foram estimados os pesos de suas diversas partes constituintes. A partir daí, e com referência à figura 6.2, foram estabelecidos os valores das massas concentradas em cada nó da estrutura, observado um procedimento análogo ao exposto no parágrafo

fo 5.3.4. anterior. A matriz de inércias resultou uma matriz diagonal 27x27 cujos termos estão dados na tabela 6.3.

Tabela 6.3

nó	M (utm)	nó	M (utm)
1	23,00	6	7,95
2	8,15	7	9,20
3	2,15	8	18,85
4	7,15	9	4,08
5	3,16	10	∞

6.8

Matrizes de conexão

A aplicação da equação (5.1) ao presente caso - em consideração permite a obtenção das matrizes de conexão - C1 e C2, retangulares, 30x27 e 30x3 respectivamente, e dadas a seguir:

$$[C1] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} & H_{15} & H_{16} & H_{17} & H_{18} & H_{19} \\ 0 & H_{22} & H_{23} & H_{24} & H_{25} & H_{26} & H_{27} & H_{28} & H_{29} \\ 0 & 0 & H_{33} & H_{34} & H_{35} & H_{36} & H_{37} & 0 & H_{39} \\ 0 & 0 & 0 & H_{44} & H_{45} & H_{46} & H_{47} & 0 & H_{49} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{55} & H_{56} & H_{57} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{66} & H_{67} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{77} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [C2] = \begin{bmatrix} H_{110} \\ H_{210} \\ H_{310} \\ H_{410} \\ H_{510} \\ H_{610} \\ H_{710} \\ 0 \\ 0 \\ H_{1010} \end{bmatrix}$$

onde

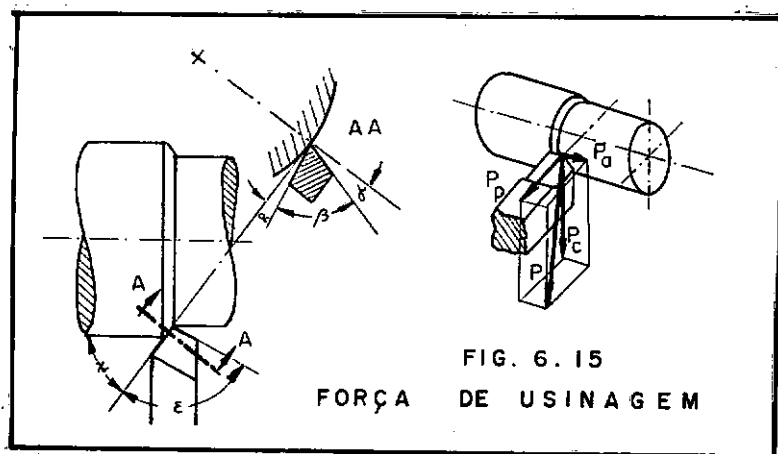
$$[H_{1j}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad [0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. 9. Resultados obtidos e sua discussão

Dispondo das matrizes de flexibilidades, inércias e conexão que caracterizam a estrutura, pôde-se utilizá-las como dados iniciais para a previsão do comportamento estático e dinâmico da máquina operatriz analisada. Os resultadados fornecidos pela solução analítica são apresentados a seguir.

6. 9. 1. Análise estática

Em máquinas operatrizes reveste-se de interesse a previsão do afastamento que ocorre entre a ferramenta e a peça em trabalho, provocado pela força de usinagem. Isto se obtem aplicando-se no nó da estrutura correspondente à posição da ferramenta, as respectivas forças de corte, avanço e apoio fixadas pelas condições de usinagem (vd. figura 6.15).



Em vista da potência nominal da máquina, tem-se, segundo Schlesinger⁽²⁰⁾, os seguintes valores para estas forças:

$$P_c = 600 \text{ kgf}$$

$$P_p = 250 \text{ kgf}$$

$$P_a = 180 \text{ kgf}$$

válidas para:

material usinado: aço ABNT 1020

ferramenta de aço rápido

ângulo de saída $\gamma = 15^\circ$

ângulo de posição $\chi = 43^\circ$

avanço $a = 0,919 \text{ mm/giro}$

profundidade de corte $p = 3 \text{ mm}$

velocidade de corte $v = 14 \text{ m/min}$

A aplicação destas forças de usinagem ao nó 9 da estrutura permitiu uma previsão do comportamento estático da mesma, através dos valores dos deslocamentos, em três direções, de todos os seus nós. Estes deslocamentos se relacionam na tabela 6.4, sendo que para sua interpretação deverá ser feita atenção ao exposto no parágrafo 5.5. anterior.

nó n.º	deslocamento (mm)		
	X	Y	Z
1	$-0,704 \times 10^{-3}$	$-0,145 \times 10^{-3}$	$0,213 \times 10^{-3}$
2	$-0,278 \times 10^{-2}$	$-0,655 \times 10^{-3}$	$0,151 \times 10^{-2}$
3	$-0,426 \times 10^{-2}$	$-0,171 \times 10^{-2}$	$0,276 \times 10^{-2}$
4	$-0,585 \times 10^{-2}$	$-0,201 \times 10^{-2}$	$0,355 \times 10^{-2}$
5	$-0,153 \times 10^{-2}$	$-0,186 \times 10^{-2}$	$0,236 \times 10^{-2}$
6	$-0,105 \times 10^{-2}$	$-0,150 \times 10^{-2}$	$0,194 \times 10^{-2}$
7	$-0,359 \times 10^{-3}$	$-0,215 \times 10^{-3}$	$0,813 \times 10^{-4}$
8	$-0,278 \times 10^{-2}$	$-0,655 \times 10^{-3}$	$0,151 \times 10^{-2}$
9	$-0,637 \times 10^{-2}$	$-0,505 \times 10^{-2}$	$0,778 \times 10^{-2}$
10	0	0	0

Embora estes resultados tenham um carater antes qualitativo, eles fornecem uma informação bastante útil quanto à grande rigidez apresentada pela estrutura da máquina (note-se que as condições de usinagem correspondem ao máximo aproveitamento da capacidade da máquina).

6.9.2 Análise dinâmica

As frequências e as deformações da estrutura correspondentes aos seis primeiros modos de vibração são representados na figura 6.16. O modo 4 corresponde ao movimento dos nós segundo o eixo coordenado X, os modos 2 e 5, segundo o eixo Y, e os modos 1, 3 e 6, segundo o eixo Z; contudo, a proximidade das frequências naturais faz com que se espere a interação destes modos durante a excitação dinâmica da máquina. Observe-se que estes modos correspondem às

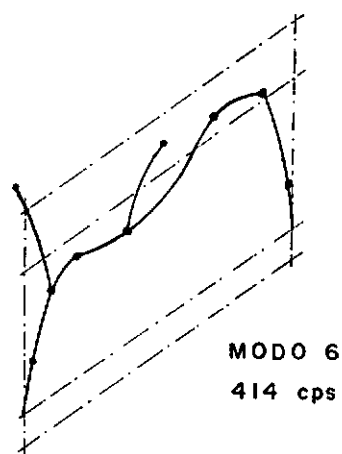
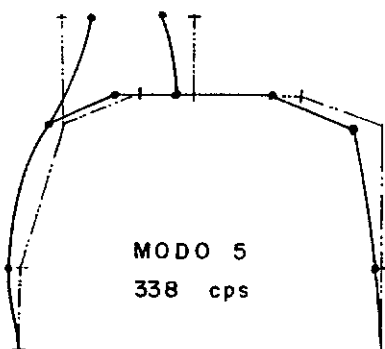
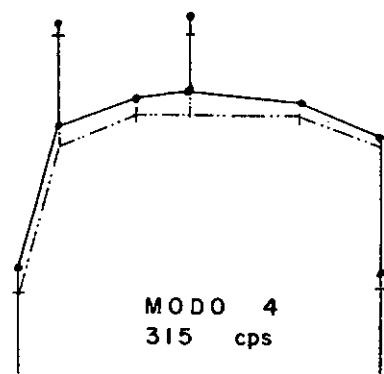
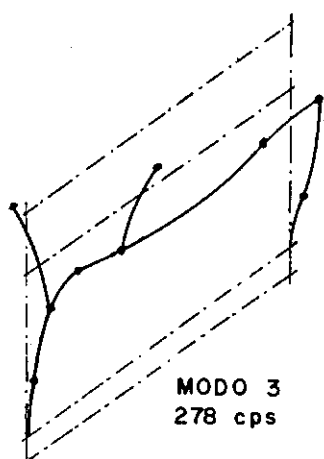
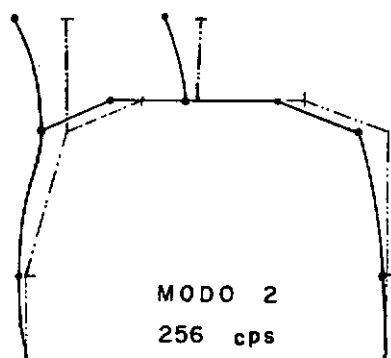
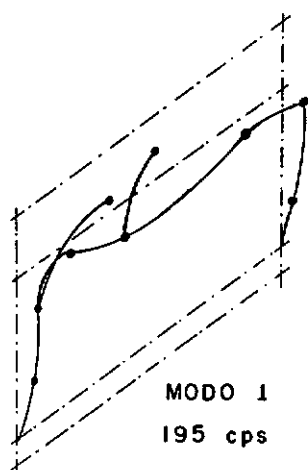


FIG. 6. 16. MODOS NATURAIS ; TORNO

frequências prováveis que provocarão a instabilidade dinâmica da máquina, devendo-se notar que tal instabilidade não será determinada exclusivamente pela estrutura, mas também pelos eixos e seus mancais.

6.10. Observações finais

Aqui devem ser destacados como pontos de maior importância, e que por isto devem merecer especial atenção daqueles que procederem a aplicação deste método, o posicionamento dos nós, a fixação das respectivas massas neles concentradas e as flexibilidades dos elementos elásticos correspondentes. Assim sendo, as massas de todos os elementos constituintes da máquina devem ser estabelecidas, e uma vez definido o número de nós a ser adotado, que dependerá do tipo de computador de que se disponha, e tendo os mesmos sido individualizados, procede-se à determinação do valor das massas concentradas em cada um deles. Para o cálculo de flexibilidade, as formas das seções transversais da estrutura podem ser simplificadas, com aproximação a formas retangulares, sem contudo perder suas particularidades (vá. figura 6.4 e seguintes).

As partes móveis da estrutura, tais como cabeçotes e carros porta-ferramentas deverão ser fixadas em uma posição previamente escolhida, visto que seu posicionamento tem influência direta sobre a matriz de flexibilidades.

C A P Í T U L O V I I

CONCLUSÕES

Foi apresentado e discutido um método matricial aplicável à previsão do comportamento estático e dinâmico de estruturas de máquinas operatrizes, a partir do desenho do projeto da mesma.

O programa para computação eletrônica foi testado com uma estrutura unidimensional, apresentando os resultados esperados. Sua aplicação a uma estrutura de barras, em que se considerou tres graus de liberdade para cada nó, teve os resultados comparados aos determinados experimentalmente, estabelecendo-se daí uma orientação para a interpretação dos mesmos.

Foi discutida também uma aplicação feita à análise de uma estrutura de máquina operatriz, permitindo uma previsão do seu comportamento estático e dinâmico. Estas aplicações a máquinas operatrizes, contudo, conduzirão a melhores informações, não quando usadas para a determinação das características estáticas e dinâmicas de uma particular estrutura, mas sim quando utilizadas para a comparação de duas ou mais estruturas semelhantes. Isto é o que acontece quando se pesquisa os efeitos provocados por uma modificação no projeto de um ou mais elementos estruturais, pois nestes casos as incertezas que envolvem a análise são eliminadas, obtendo-se assim, resultados de maior confiabilidade. Nestas condições, este método é efetivamente superior, em tempo e custo, aos métodos de análise de estruturas de máquinas através de modelos.

A influência sobre o comportamento da estrutura, provocada pela presença de juntas e guias, pode ser analisada através de modificações que se façam na matriz de flexibilidades pela inclusão de nós adicionais localizados um - em cada lado da junta ou guia, com a consequente inclusão de um elemento elástico que terá sua flexibilidade definida pelas características da junta ou guia em consideração.

Como desenvolvimento futuro pretende-se a a - daptação do atual programa para a análise de estruturas de - máquinas que apresentem apenas um engastamento, como é por - exemplo o caso de uma furadeira radial, e a introdução tam - bem dos efeitos de amortecimento provocados pelas juntas e xistentes. Pretende-se ainda aumentar as informações relati - vas à correspondência efetiva entre a previsão matemática e o comportamento real da estrutura através de ensaios experi - mentais realizados sobre a própria máquina.

S I M B O L O G I A

<u>Símbolo</u>	<u>Dimensão</u>	<u>Definição</u>
A	L^2	Área da secção transversal
{C1},{C2}	-	Matrizes de conexão
{D}	L	Vetor de deslocamentos absolutos
{d}	L	Vetor de deslocamentos internos
E	FL^{-2}	Módulo de elasticidade
{F}	LF^{-1}	Matriz de flexibilidades
{FS}	LF^{-1}	Matriz de flexibilidade global da estrutura
G	FL^{-2}	Módulo de elasticidade à torção
I_y, I_z	L^4	Momentos de inércia
J	L^4	Momento de inércia polar
L	L	Comprimento do elemento elástico
{M}	$FM^{-1}T^2$	Matriz de inércias
{P}	F	Vetor de forças externas
{p}	F	Vetor de forças internas
{R}	F	Vetor de reacções redundantes
{T}	-	Matriz de cossenos directores
X,Y,Z	-	Eixos coordenados da estrutura
x,y,z	-	Eixos coordenados do elemento elástico
ω	T^{-1}	Velocidade angular

Indices

e	-	Elemento elástico
n=1,2,...	-	Número do elemento elástico

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. RUBINSTEIN, M. F. - Matrix Computer Analysis of Structures, New Jersey, Prentice - Hall, Inc., 1966.
2. RUBINSTEIN, M. F. - Structural Systems - Statics, Dynamics and Stability, New Jersey, Prentice-Hall - Inc., 1970.
3. PRZEMIENIECK, J. S. - Theory of Matrix - Structural Analysis, New York, McGraw - Hill Book Co., 1968.
4. GERE, J. M. e WEAVER, W. - Analysis of Framed Structures, Princeton, D. Van Nostrand Co., Inc., - 1965.
5. WEAVER, W. - Computer Programs for Structural Analysis, Princeton, D. Van Nostrand Co., Inc., 1967.
6. KOENIGSBERGER, F. e TLUSTY, J. - Machine - Tool Structures, New York, Pergamon Press, 1970.
7. KOENIGSBERGER, F. - Design Principles of Metal-Cutting Machine Tools, New York, The MacMillan Co., - 1964.
8. MALTEAECK, J. C. - Classical Beam Method - for the Prediction of Vibration Characteristics of Machine - Tool Structures. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1964.
9. TAYLOR, S. e TOBIAS, S. A. - Lumped-Cons -

tants Method for the Prediction of the Vibration Characteristic of Machine Tool Structures. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1964.

10. TAYLOR, S. - Computer Analysis of an open side Planning Machine. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1965.

11. TAYLOR, S. - The design of a Machine Tool Structure Using a Digital Computer. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1966.

12. CUPPAN, B. C. e LECKIE, F. A. - Simulation of a Machine Tool Drive and Structure on an Analogue Computer. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1966.

13. COWLEY, A. e FAWCET, M. A. - Analysis of Machine Tool Structure by Computing Techniques. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1967.

14. TAYLOR, S. - Computer Aided Design of a Planing Machine Structure. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1968.

15. OPITZ, H. e DOPPER, W. - Development of Digital Programs for the Analysis of Machine Tool Structures and Elements. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1968.

16. STEPHEN, A. C. e TAYLOR, S. - Computer Analysis of Machine Tool Structures by the Finite Element Method. Int. Machine Tool Design and Research Conference, -

1968.

17. CUPPAN, B. C. e OLIG, G. A. - Automated - Static Testing of Machine Tool Structures. Int. Machine Tool Design and Research Conference, 1970.

18. SCHIEL, F. - Resistência dos Materiais, - São Carlos, EESC- USP, 1966.

19. VIERCK, R. K. - Vibration Analysis, Penn - sylvania, International Textbook Co., 1967.

20. FERRARESI, D. - Fundamentos da Usinagem - dos Metais, São Paulo, Ed. Edgard Blucher Ltda., 1970.

A P E N D I C E 1

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)

C

PT01

C TRANSFORMACAO DE SISTEMAS DE COORDENADAS

C

DIMENSION T(3,3),TT(3,3),F(3),TF(3,3),FE(3,3)

READ(2,1)((T(I,J),J=1,3),I=1,3)

1 FORMAT(9F8.4)

READ(2,2)(F(I),I=1,3)

2 FORMAT(3E13.6)

CALL GMTRA(T,TT,3,3)

CALL MPRD(T,F,TF,3,3,0,2,3)

CALL MPRD(TF,TT,FE,3,3,0,0,3)

WRITE(3,3)((FE(I,J),J=1,3),I=1,3)

3 FORMAT('1',///,4X,'MATRIZ FE - M/KGF',/(3E16.6))

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON	0	VARIABLES	82	PROGRAM	178
--------	---	-----------	----	---------	-----

END OF COMPILATION

// XEQ

// DUP

*STOREDATA WS UA FE 1

CART ID 0019	DB ADDR	4320	DB CNT	0010
--------------	---------	------	--------	------

*STOREDATA WS UA C2 1

CART ID 0019	DB ADDR	4330	DB CNT	0010
--------------	---------	------	--------	------

*STOREDATA WS UA FC 1

PAGE 2

CART ID 0019 DB ADDR 4340 DB CNT 0010

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)

C

PT02

C ANALISE ESTATICA

C CALCULO DA MATRIZ 'FC-1'

C

DIMENSION FE(30),CM(3,30),FC(3,3),C2(30,3),L(3),M(3),D(1)

DEFINE FILE 11(1,60,U,K)

DEFINE FILE 13(30,6,U,K)

DEFINE FILE 15(3,6,U,K)

READ(2,4)(FE(I),I=1,30)

4 FORMAT(6E13,6)

READ(2,5)((C2(I,J),J=1,3),I=1,30)

5 FORMAT(9F5,1)

READ(2,6) X,Y

6 FORMAT(F10,4)

IF(X-.6559)60,70,60

60 STOP 0001

70 IF(Y)80,90,80

80 STOP 0002

90 CONTINUE

CALL TPRD(C2,FE,CM,30,3,0,2,30)

CALL MPRD(CM,C2,FC,3,30,0,0,3)

CALL MINV(FC,3,D,L,M)

WRITE(11'1')(FE(I),I=1,30)

DO 110 I=1,30

110 WRITE(13'I')(C2(I,J),J=1,3)

DO 120 I=1,3

120 WRITE(15'I')(FC(I,J),J=1,3)

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON 0 VARIABLES 476 PROGRAM 252

END OF COMPILATION

// XEQ 1

*FILES(11,FE),(13,C2),(15,FC)

PAGE 3

// DUP

*STOREDATA WS UA AM 6
CART ID 0019 DB ADDR 4350 DB CNT 0060

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
*NAME PT03

PT03

```
C
C  CALCULO DA MATRIZ  'AM'
C
      DIMENSION FE(30),C1(30,27),AM(27,30)
      DEFINE FILE 11(1,60,U,K)
      DEFINE FILE 17(27,60,U,K)
      COMMON C1,AM
      READ(11,'1')(FE(I),I=1,30)
      READ(2,7)((C1(I,J),J=1,27),I=1,30)
7     FORMAT(27F2.1)
      READ(2,6) X,Y
6     FORMAT(F10.4)
      IF(X-.6559)60,70,60
60    STOP 0001
70    IF(Y)80,90,80
80    STOP 0002
90    CONTINUE
      CALL TPRD(C1,FE,AM,30,27,0,2,30)
      DO 130 I=1,27
130   WRITE(17,'I')(AM(I,J),J=1,30)
      CALL LINK(PT04)
      END
```

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT03

COMMON 3240 VARIABLES 82 PROGRAM 172

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PT03
CART ID 0019 DB ADDR 4380 DB CNT 0000

*STOREDATA WS UA FA 6

PAGE 4

CART ID 0019 DB ADDR 43C0 DB CNT 0060

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)

*NAME PT04

C

PT04

C CALCULO DA MATRIZ 'FA'

C

DIMENSION FA(27,27),C1(30,27),AM(27,30)

DEFINE FILE 19(27,54,U,K)

COMMON C1,AM

CALL MPRD(AM,C1,FA,27,30,0,0,27)

DO 140 I=1,27

140 WRITE(19'I')(FA(I,J),J=1,27)

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT04

COMMON 3240 VARIABLES 1470 PROGRAM 80

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PT04

CART ID 0019 DB ADDR 4420 DB CNT 0007

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// XEQ PT03 1

*FILES(11,FE),(17,AM),(19,FA)

// DUP

*DELETE		PT04			
CART ID 0019	DB ADDR	4420	DB CNT	0007	

*DELETE		PT03			
CART ID 0019	DB ADDR	43B0	DB CNT	000D	

*DELETE		FE			
CART ID 0019	DB ADDR	4320	DB CNT	0010	

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
 *LIST SOURCE PROGRAM
 *IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
 *NAME PT05

C
 C CALCULO DA MATRIZ 'FB'

PT05

```

C      DIMENSION AM(27,30),C2(30,3),FB(27,3)
      DEFINE FILE 13(30,6,U,K)
      DEFINE FILE 17(27,60,U,K)
      COMMON FB
      DO 150 I=1,27
150    READ(17'I')(AM(I,J),J=1,30)
      DO 160 I=1,30
160    READ(13'I')(C2(I,J),J=1,3)
      CALL MPRD(AM,C2,FB,27,30,0,0,3)
      CALL LINK(PT06)
      END
  
```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT05			
COMMON	162	VARIABLES	1818
PROGRAM	120		

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE	WS	UA	PT05		
CART ID 0019	DB ADDR	4400	DB CNT	000A	
*STOREDATA	WS	UA	DM	1	
CART ID 0019	DB ADDR	4410	DB CNT	0010	
*STOREDATA	WS	UA	FBT	1	
CART ID 0019	DB ADDR	4420	DB CNT	0010	

// FOR

PAGE 2

*ONE WORD INTEGERS
 *LIST SOURCE PROGRAM
 *IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
 *NAME PT06

PT06

C
 C CALCULO DAS MATRIZES 'DM' E 'FBT'
 C

```

      DIMENSION FC(3,3),DM(27,3),FBT(3,27),FB(27,3)
      DEFINE FILE 15(3,6,U,K)
      DEFINE FILE 21(27,6,U,K),23(3,54,U,K)
      COMMON FB
      DO 170 I=1,3
170   READ(15'I')(FC(I,J),J=1,3)
      CALL MPRD(FB,FC,DM,27,3,0,0,3)
      CALL GMTRA(FB,FBT,27,3)
      DO 180 I=1,27
180   WRITE(21'I')(DM(I,J),J=1,3)
      DO 190 I=1,3
190   WRITE(23'I')(FBT(I,J),J=1,27)
      CALL EXIT
      END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT06
 COMMON 162 VARIABLES 368 PROGRAM 162

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PT06
 CART ID 0019 DB ADDR 4430 DB CNT 0000

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// XEQ PT05 2

*FILES(13,C2),(15,FC),(17,AM)

*FILES(21,DM),(23,FBT)

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// DUP

*DELETE	PT06
CART ID 0019	DB ADDR 4430 DB CNT 000D

*DELETE	PT05
CART ID 0019	DB ADDR 4400 DB CNT 000A

*DELETE	C2
CART ID 0019	DB ADDR 4320 DB CNT 0010

*DELETE	AM
CART ID 0019	DB ADDR 4330 DB CNT 0060

*DELETE	FC
CART ID 0019	DB ADDR 4320 DB CNT 0010

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CAPT SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
 *LIST SOURCE PROGRAM
 *IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
 *NAME PT07

PT07

C
 C CALCULO DA MATRIZ 'FD'
 C

```

      DIMENSION DM(27,3),FBT(3,27),FD(27,27)
      DEFINE FILE 21(27,6,U,K),23(3,54,U,K)
      COMMON FD
      DO 210 I=1,27
210   READ(21'I')(DM(I,J),J=1,3)
      DO 220 I=1,3
220   READ(23'I')(FBT(I,J),J=1,27)
      CALL MPRD(DM,FBT,FD,27,3,0,0,27)
      CALL LINK(PT08)
      END
  
```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT07			
COMMON	1458	VARIABLES	342 PROGRAM 120

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE	WS	UA	PT07		
CART ID	0019	DB ADDR	43A0	DB CNT	000A
*STOREDATA	WS	UA	FS	6	
CART ID	0019	DB ADDR	43B0	DB CNT	0060

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
 *LIST SOURCE PROGRAM
 *IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
 *NAME PT08

PAGE 2

PT08

C
C
C

CALCULO DA MATRIZ 'FS'

DIMENSION FA(27,27),FD(27,27),FS(27,27)

DEFINE FILE 19(27,54,U,K)

DEFINE FILE 25(27,54,U,K)

COMMON FD

DO 230 I=1,27

230 READ(19'I')(FA(I,J),J=1,27)

CALL GMSUB(FA,FD,FS,27,27)

DO 240 I=1,27

240 WRITE(25'I')(FS(I,J),J=1,27)

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT08

COMMON 1458 VARIABLES 2934 PROGRAM 112

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PT08

CART ID 0019 DB ADDR 4410 DB CNT 0009

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// XEQ PT07 3

*FILES(19,FA)

*FILES(21,DM),(23,FBT)

*FILES(25,FS)

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// DUP

*DELETE	PT08
CART ID 0019	DB ADDR 4410 DB CNT 0009

*DELETE	PT07
CART ID 0019	DB ADDR 43A0 DB CNT 000A

*DELETE	DM
CART ID 0019	DB ADDR 4380 DB CNT 0010

*DELETE	FBT
CART ID 0019	DB ADDR 4380 DB CNT 0010

*DELETE	FA
CART ID 0019	DB ADDR 4320 DB CNT 0060

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)

C

PT09

C CALCULO DE DESLOCAMENTOS - MATRIZ 'DS'

C

DIMENSION P(27,1),DS(27,1),FS(27,27)

DEFINE FILE 25(27,54,U,K)

READ(2,8)(P(I,1),I=1,27)

8 FORMAT(15F5.1)

DO 250 I=1,27

250 READ(25,I)(FS(I,J),J=1,27)

CALL MPRD(FS,P,DS,27,27,0,0,1)

WRITE(3,9)(P(I,1),DS(I,1),I=1,27)

9 FORMAT('1',///,7X,'ESFORCOS',17X,'DESLOCAMENTOS',/,9X,

1'KGF',26X,'M',/(E17.6,15X,E13.6))

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON	0	VARIABLES	1578	PROGRAM	162
--------	---	-----------	------	---------	-----

END OF COMPILATION

// XEQ 1

*FILES(25,FS)

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)

*NAME PT10

C

PT10

C ANALISE DINAMICA

C CALCULO DA MATRIZ 'B'

PAGE 2

C

```

      DIMENSION XM(27),FS(27,27),B(27,27)
      DEFINE FILE 25(27,54,U,K)
      COMMON XM,B
      READ(2,4)(XM(I),I=1,27)
4      FORMAT(6E13.6)
      READ(2,6)X,Y
6      FORMAT(F10.4)
      IF(X-.6559)60,70,60
60     STOP 0001
70     IF(Y)80,90,80
80     STOP 0002
90     CONTINUE
      DO 250 I=1,27
250    READ(25'I')(FS(I,J),J=1,27)
      CALL MPRD(XM,FS,B,27,27,2,0,27)
      CALL LINK(PT11)
      END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT10
 COMMON 1512 VARIABLES 1474 PROGRAM 134

END OF COMPILATION

// DUP

```

*STORE      WS  UA  PT10
CART ID 0019  DB ADDR 4350  DB CNT  000A

```

```

*STOREDATA WS  UA  C      3
CART ID 0019  DB ADDR 4360  DB CNT  0030

```

// FOR

```

*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
*NAME PT11

```

```

C
C  CALCULO DA MATRIZ SIMETRICA  'A'
C

```

PT11

```

      DIMENSION XM(27),B(27,27),A(27,27),C(378)
      DEFINE FILE 27(3,252,U,K)
      COMMON XM,B
      CALL MPRD(B,XM,A,27,27,0,2,27)

```

PAGE 3

C MATRIZ 'A' ARMAZENADA NO MODO 1

M=0

L=1

J=1

DO 100 N=1,27

DO 200 I=1,L

M=M+1

200 C(M)=A(I,J)

L=L+1

100 J=J+1

K=1

WRITE(27,K) C

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT11

COMMON	1512	VARIABLES	2230	PROGRAM	126
--------	------	-----------	------	---------	-----

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PT11

CART ID	0019	DB ADDR	4390	DB CNT	000A
---------	------	---------	------	--------	------

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// XEQ PT10 2

*FILES(25,FS)

*FILES(27,C)

// DUP

*DELETE	PT11
CART ID 0019	DB ADDR 4390 DB CNT 000A

*DELETE	PT10
CART ID 0019	DB ADDR 4350 DB CNT 000A

*DELETE	FS
CART ID 0019	DB ADDR 42F0 DB CNT 0060

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
 *LIST SOURCE PROGRAM
 *IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
 *NAME PT12

PT12

C

C FREQUENCIAS NATURAIS

C

DIMENSION C(378),R(27,27),FN(27)

DEFINE FILE 27(3,252,U,K)

COMMON R

K=1

READ (27,K) C

CALL EIGEN(C,R,27,0)

DO 300 J=1,378

C(J)=ABS(C(J))

300 C(J)=1./SQRT(C(J))

CALL DCPY(C,FN,27,1)

DO 400 I=1,27

400 FN(I)=FN(I)/(2.*3.141592)

WRITE(3,10)(FN(I),I=1,27)

10 FORMAT('1',13X,'FREQUENCIAS NATURAIS - CPS',/(3X,3E16.6))

CALL LINK(PT13)

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT12

COMMON	1458	VARIABLES	824	PROGRAM	190
--------	------	-----------	-----	---------	-----

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PT12

CART ID	0019	DB ADDR	4320	DB CNT	000E
---------	------	---------	------	--------	------

// FOR

PAGE 2

*ONE WORD INTEGERS
 *LIST SOURCE PROGRAM
 *IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
 *NAME PT13

C

PT13

C MODOS NATURAIS

C

```

      DIMENSION YM(27),D(27,27),R(27,27)
      COMMON R
      READ(2,4)(YM(I),I=1,27)
4     FORMAT(6E13.6)
      READ(2,6) X,Y
6     FORMAT(F10.4)
      IF(X-.6559)60,70,60
60    STOP 0001
70    IF(Y)80,90,80
80    STOP 0002
90    CONTINUE
      CALL MPRD(YM,R,D,27,27,2,0,27)
      WRITE(3,11)
11    FORMAT('1',21X,'MODOS NATURAIS')
      DO 500 L=1,27
      WRITE(3,12) L,(D(K,L),K=1,27)
12    FORMAT(/,I3,3X,E13.6,2E16.6,/(3X,3E16.6))
500   CONTINUE
      CALL EXIT
      END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PT13

COMMON 1458 VARIABLES 1520 PROGRAM 160

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PT13
 CART ID 0019 DB ADDR 432E DB CNT 000C

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// XEQ PT12 1

*FILES(27,C)

PAGE 1

// JOB

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0019	0019	0000

V2 M09 ACTUAL 8K CONFIG 8K

// DUP

*DELETE	PT13
CART ID 0019	DB ADDR 432E DB CNT 000C

*DELETE	PT12
CART ID 0019	DB ADDR 4320 DB CNT 000E

*DELETE	C
CART ID 0019	DB ADDR 42F0 DB CNT 0030

A P E N D I C E 2

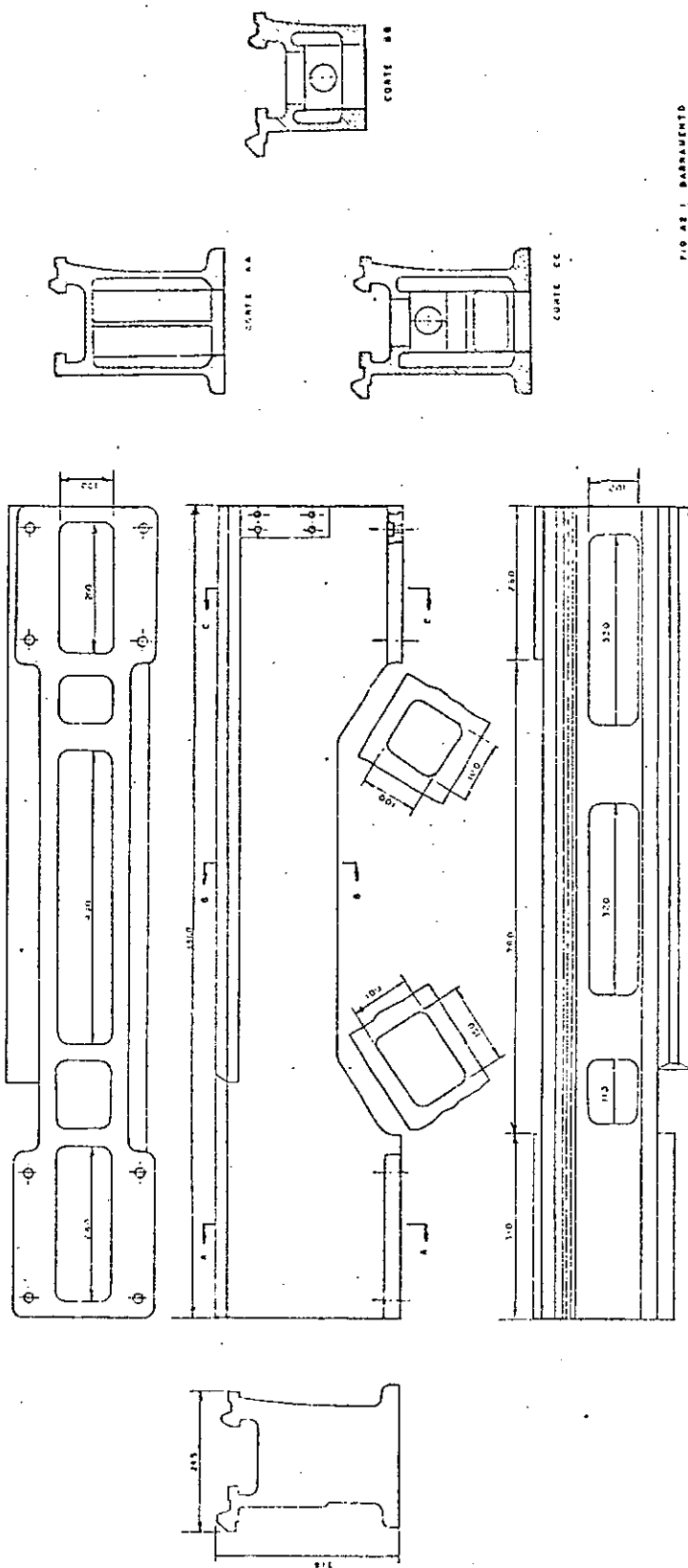


FIG. 22. L. BARRAMENTO

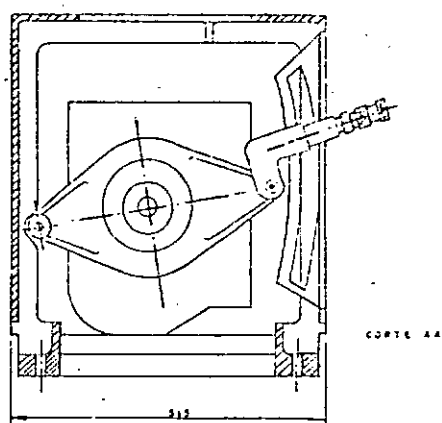
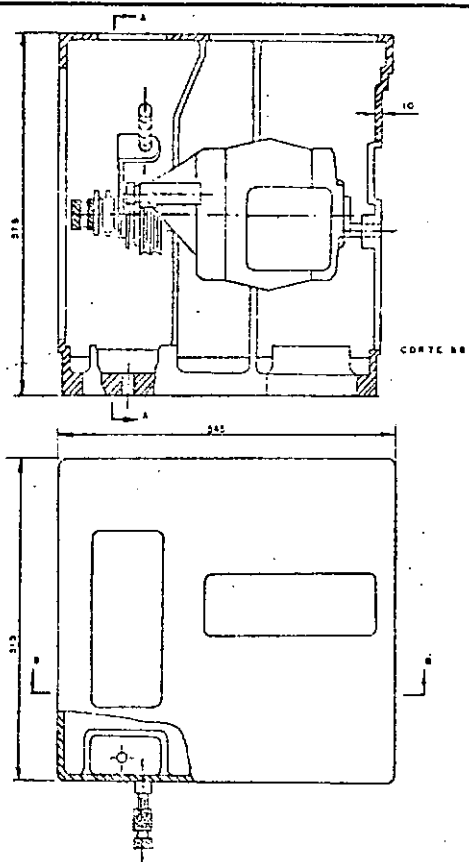


FIG. A2.2. BASE ESQUERDA

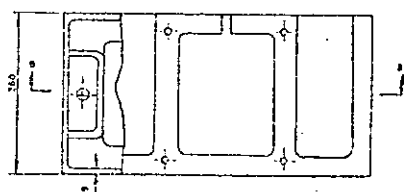
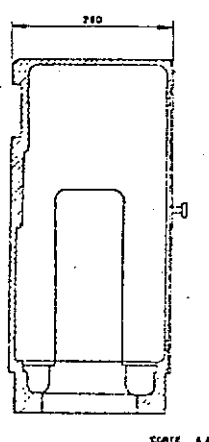
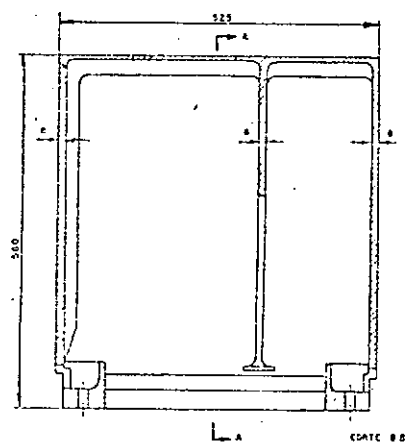
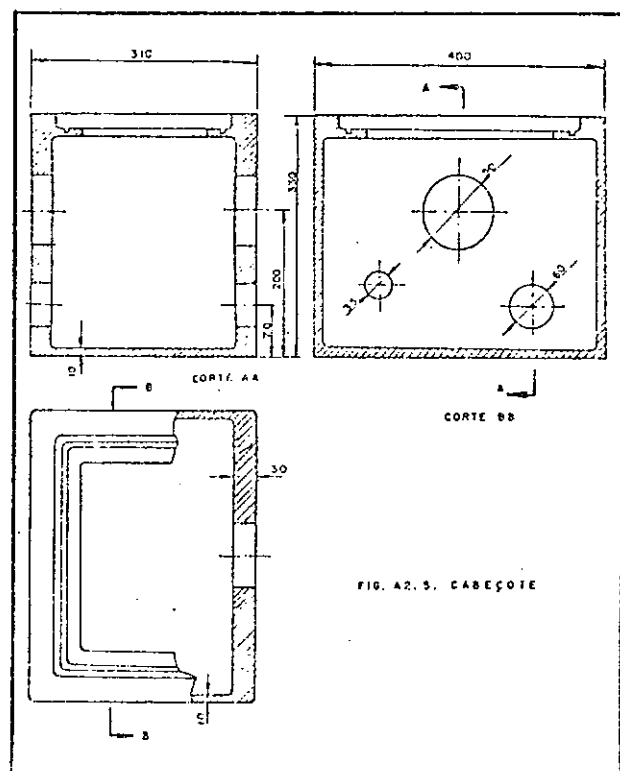
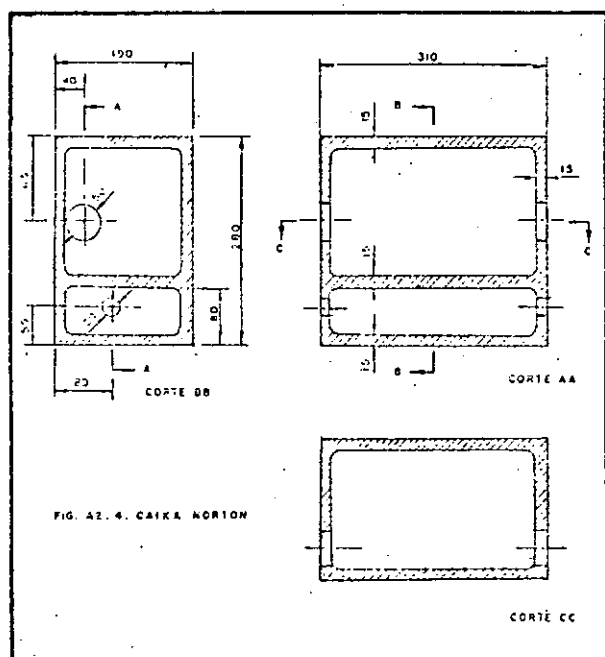
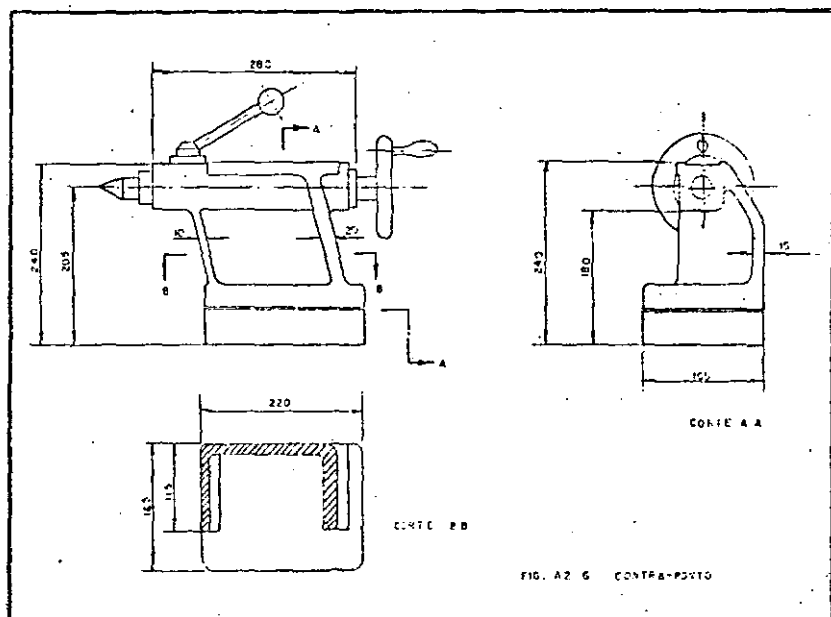
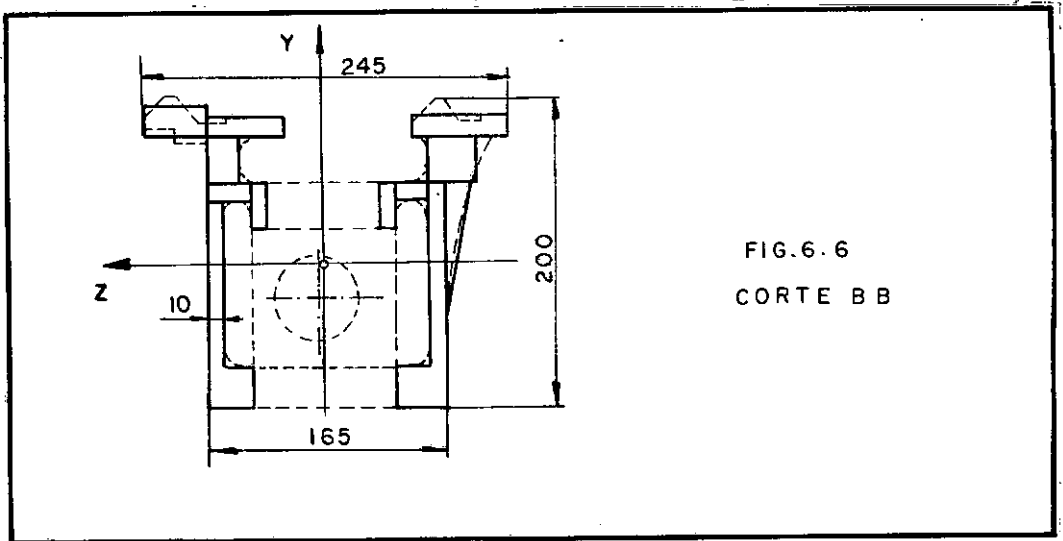
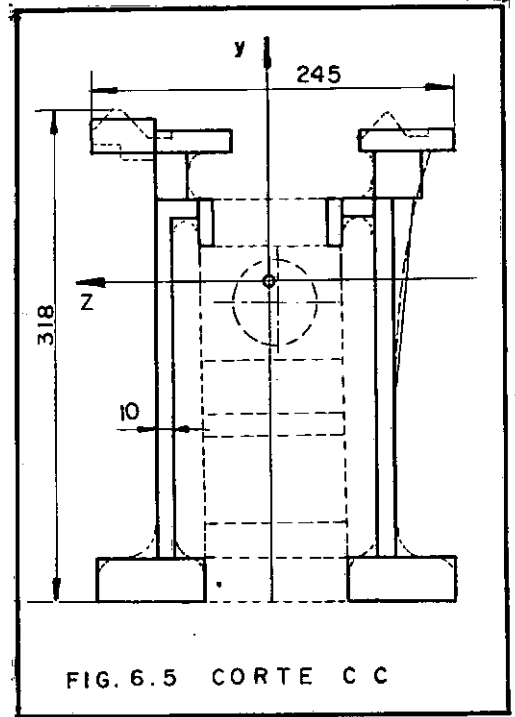
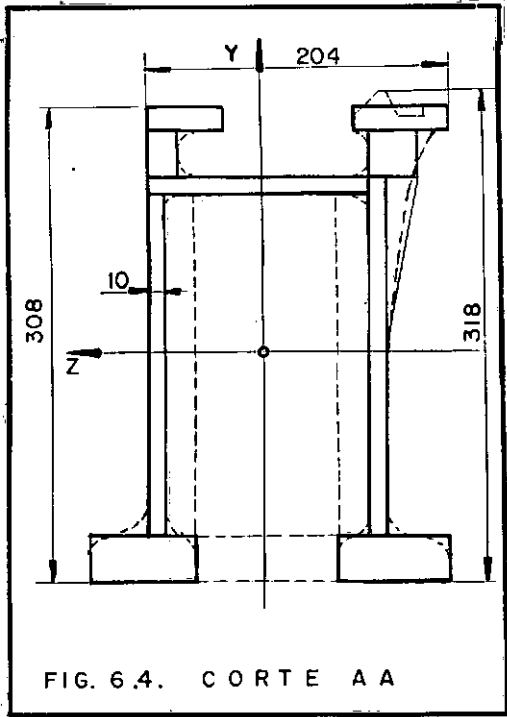


FIG. A2.3. BASE DIREITA





A P É N D I C E 3



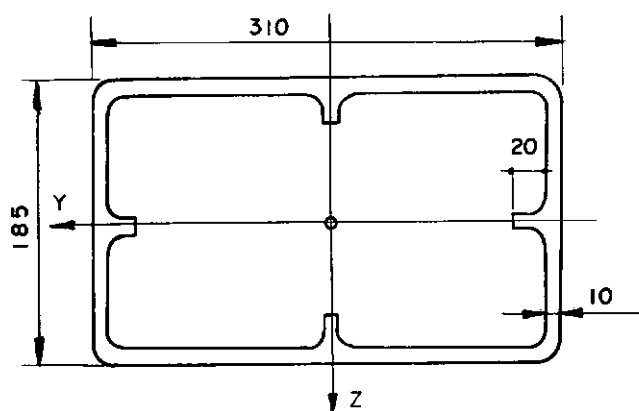


FIG. 6.7. CORTE. D D

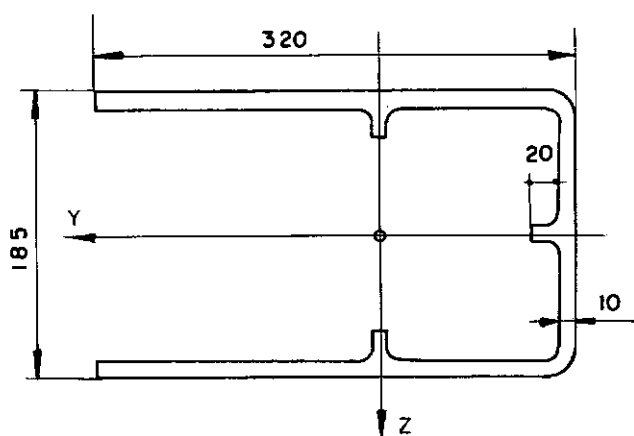
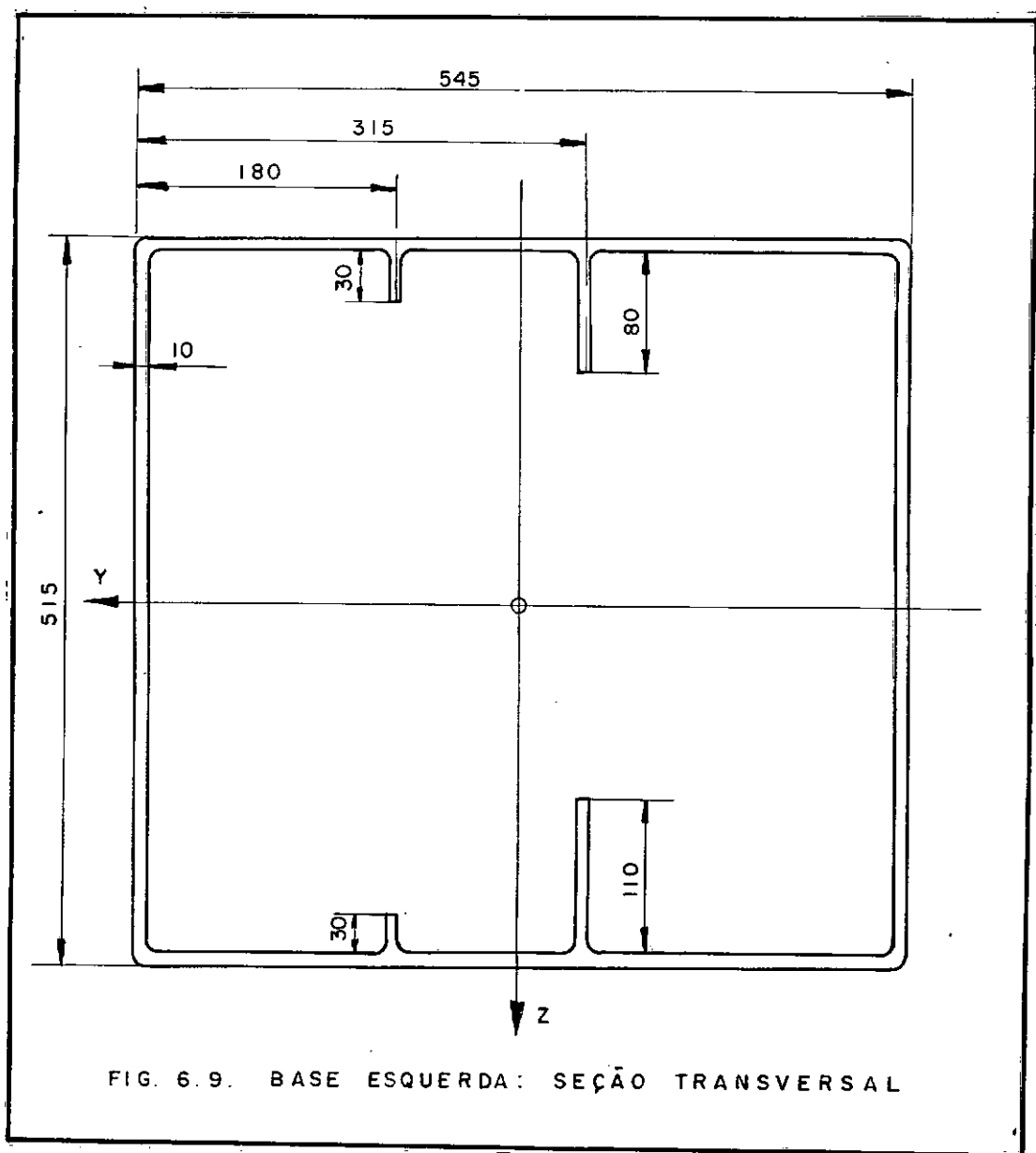
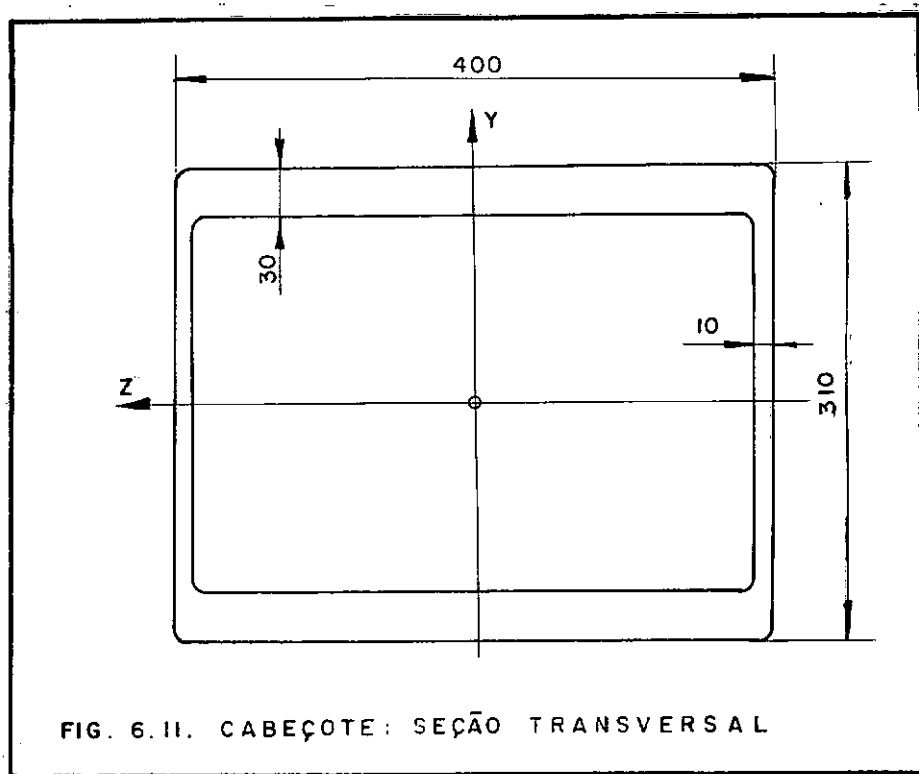
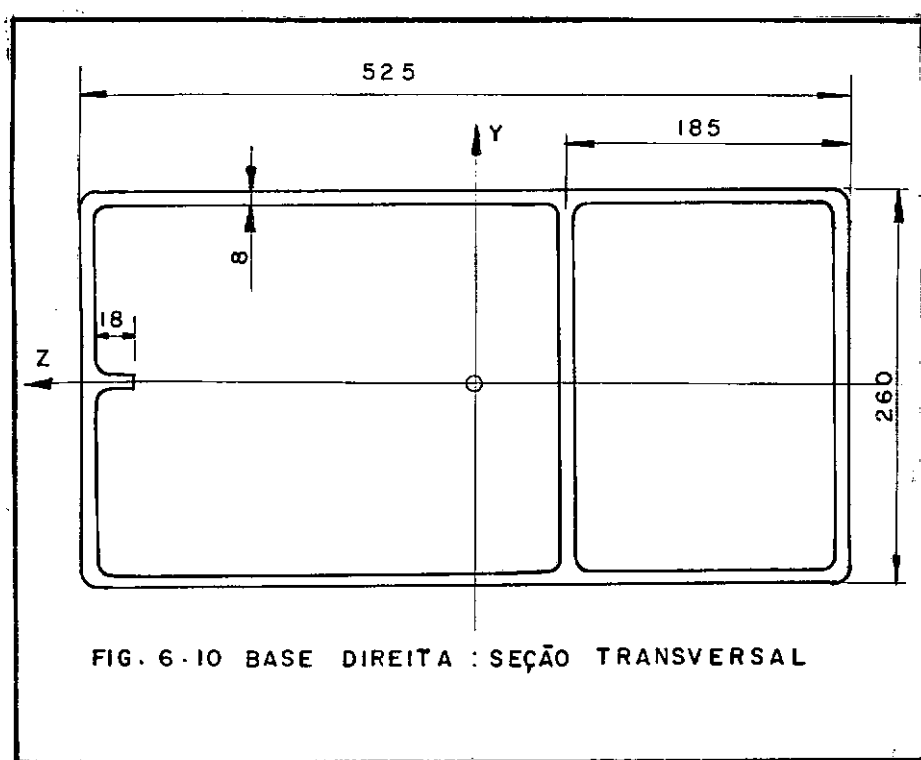


FIG. 6.8. CORTE E E





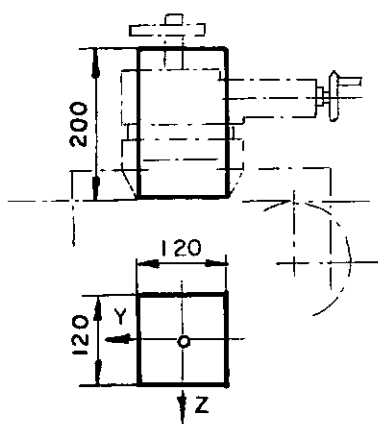


FIG. 6.12.

CARRO PORTA-FERRAMENTA

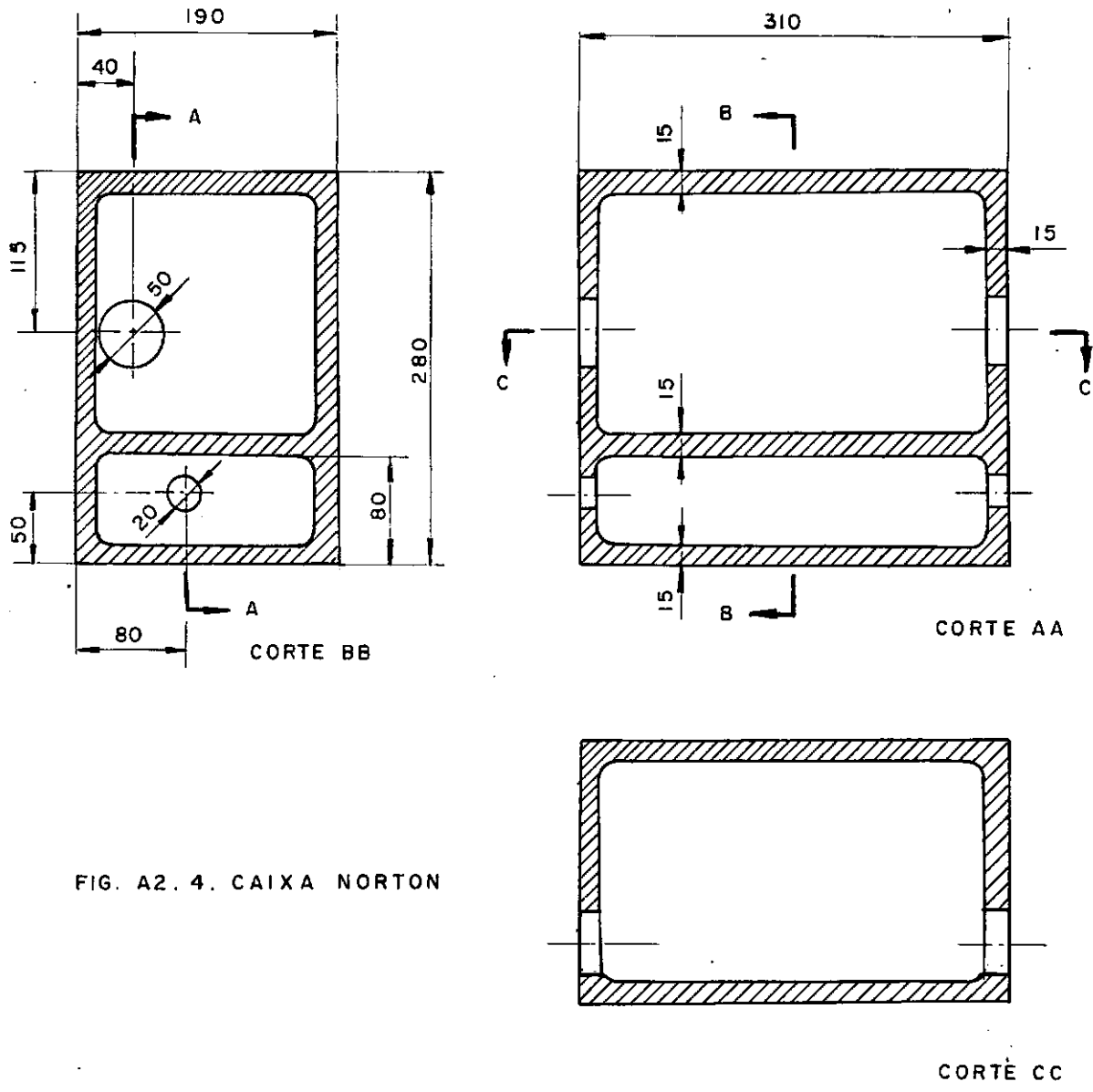


FIG. A2. 4. CAIXA NORTON

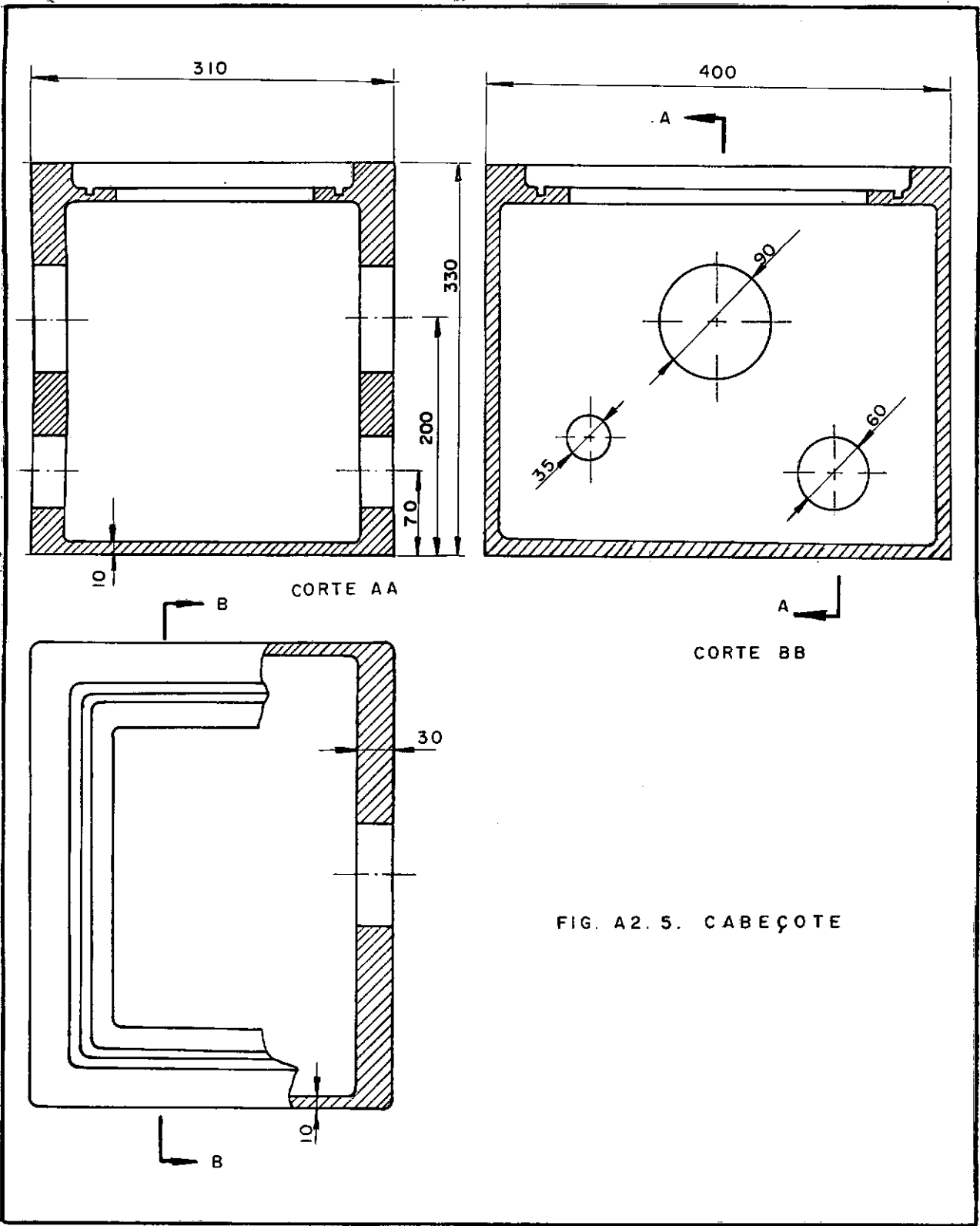


FIG. A2. 5. CABEÇOTE

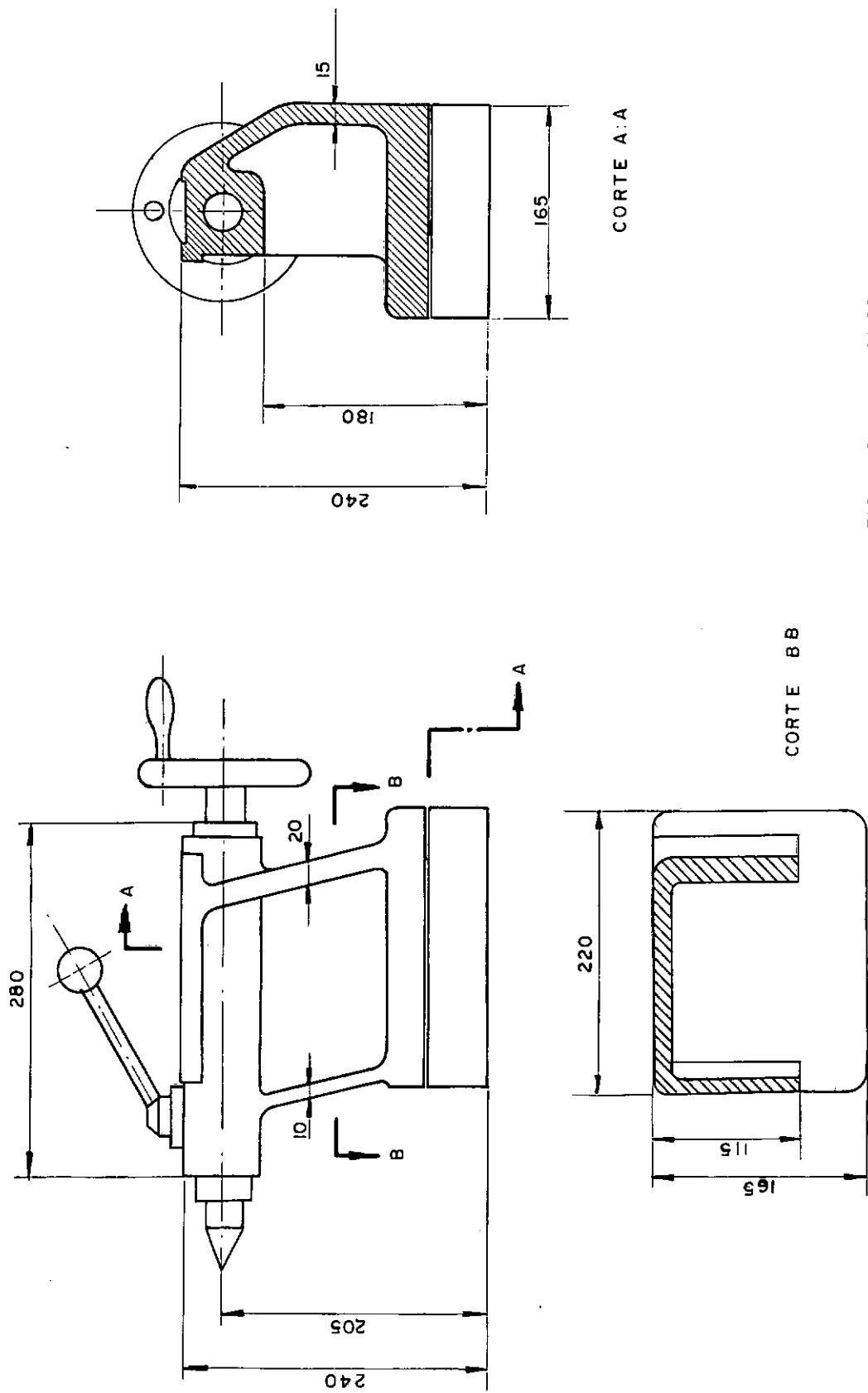


FIG. A2.6. CONTRA-PONTO

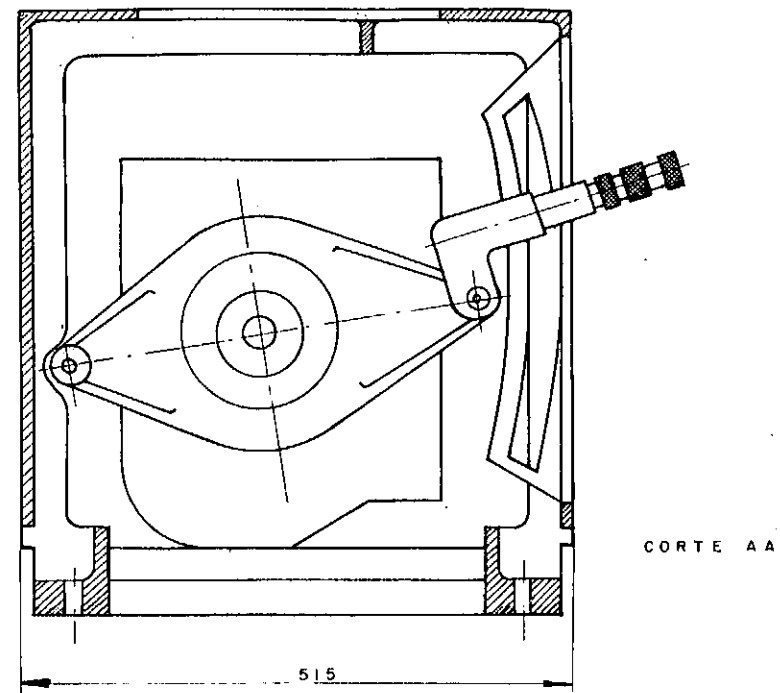
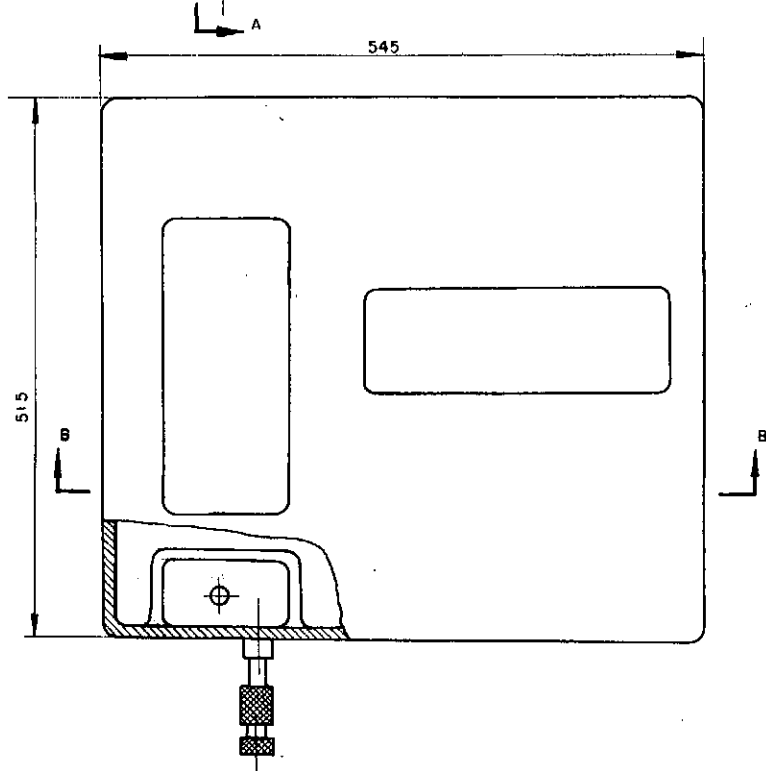
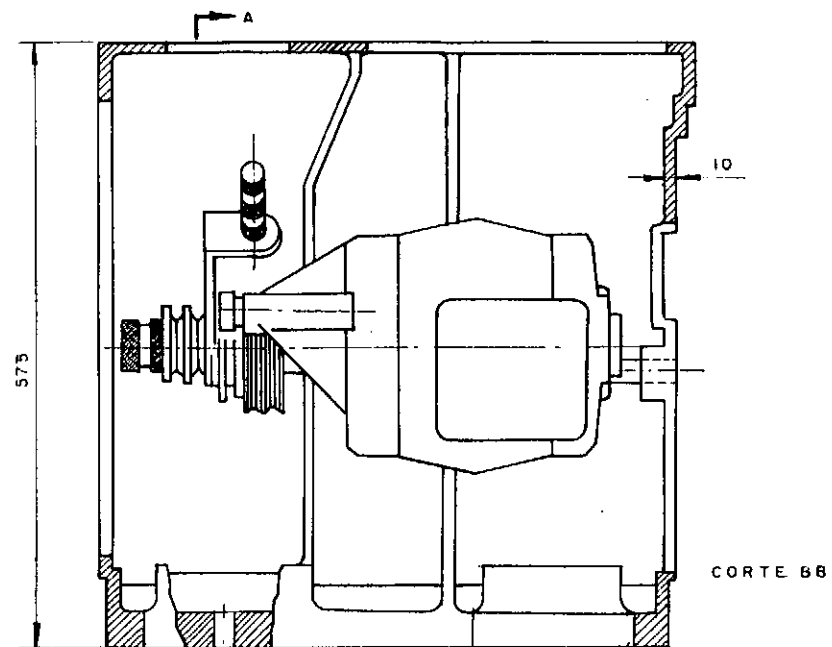


FIG. A2.2. BASE ESQUERDA

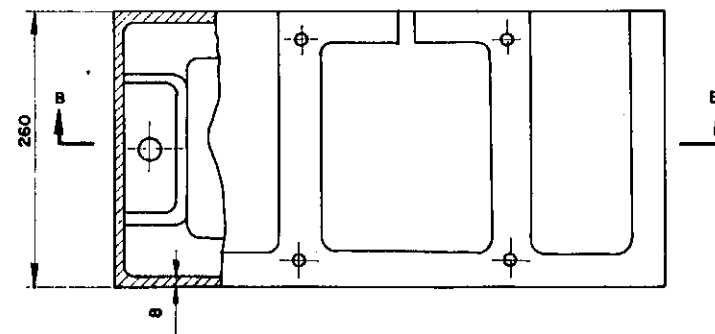
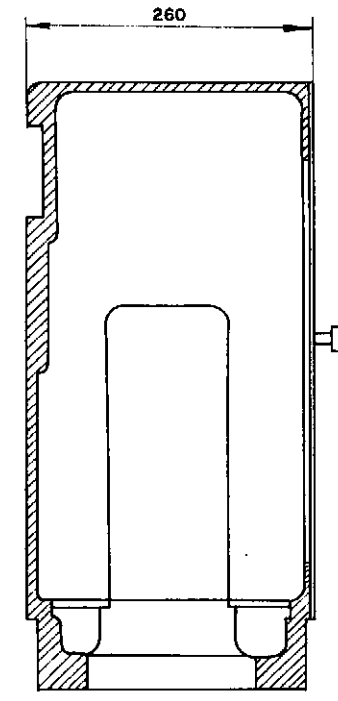
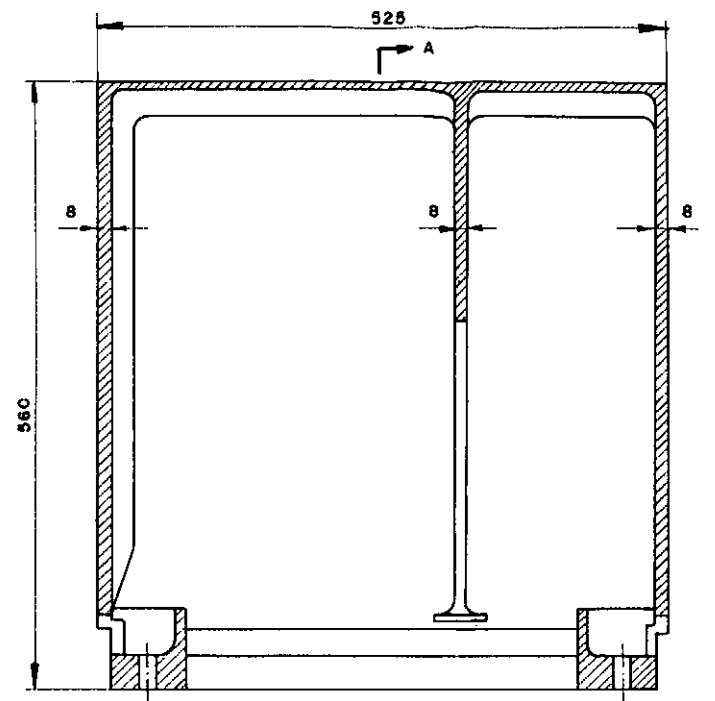
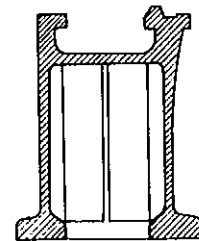
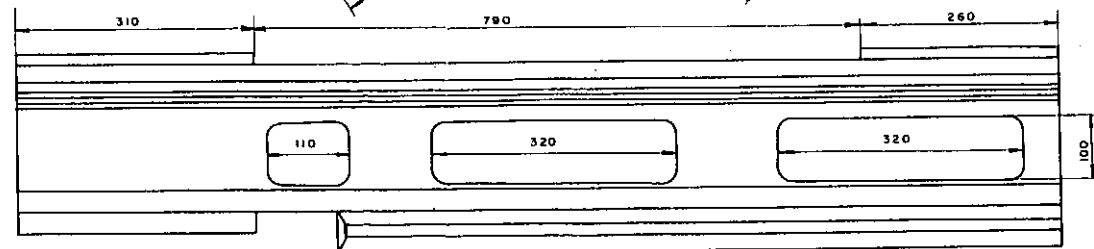
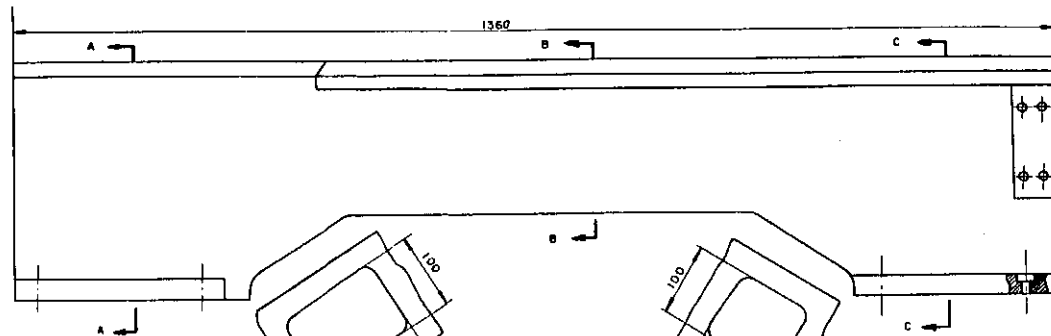
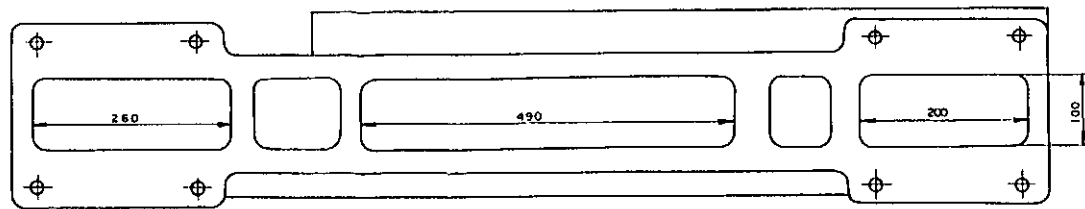
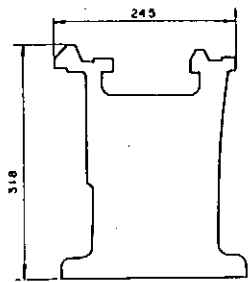
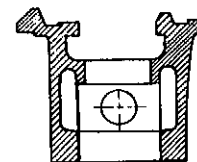


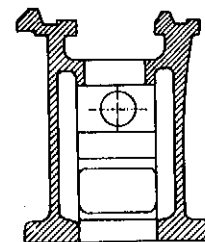
FIG. A2.3. BASE DIREITA



CORTE AA



CORTE BB



CORTE CC

FIG. A2.1. BARRAMENTO